

**ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ
ΛΥΚΕΙΩΝ**

**ΤΡΙΤΗ 19 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2022
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της ταυτοτικής συνάρτησης $f(x) = x$ είναι $f'(x) = 1$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 7

A2. Έστω x_1, x_2, \dots, x_k οι τιμές μιας μεταβλητής X που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους n , όπου k, n μη μηδενικοί φυσικοί αριθμοί με $k \leq n$.

α. Τι ονομάζεται απόλυτη συχνότητα v_i που αντιστοιχεί στην τιμή x_i , $i = 1, 2, \dots, k$;

Μονάδες 4

β. Τι ονομάζεται σχετική συχνότητα f_i της τιμής x_i , $i = 1, 2, \dots, k$;

Μονάδες 4

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Σε μια κανονική ή περίπου κανονική κατανομή το 68% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα

$(\bar{x} + s, \bar{x} - s)$, όπου \bar{x} η μέση τιμή και s η τυπική απόκλιση.

β. Ο σταθμικός μέσος είναι μέτρο διασποράς.

γ. $(\sin x)' = \eta \mu x$

δ. Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση μόνο ποσοτικών δεδομένων.

ε. Αν μία συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ και ισχύει $f'(x) < 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο του Δ , τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ .

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Ρωτήθηκαν 20 μαθητές μιας τάξης ενός Επαγγελματικού Λυκείου, πόσα βιβλία διάβασαν την περσινή χρονιά. Οι απαντήσεις τους φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Βιβλία x_i	Συχνότητα n_i	Σχετική Συχνότητα $f_i\%$	Αθροιστική Συχνότητα N_i	Αθρ. Σχετ. Συχνότητα F_i	$x_i \cdot n_i$
1	6				
2					
3	4				
4	2				
Σύνολο					

B1. Να μεταφέρετε τον παρακάτω πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε.

Μονάδες 12

B2. Να υπολογίσετε τη διάμεσο.

Μονάδες 5

B3. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή.

Μονάδες 4

B4. Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών που διάβασε τουλάχιστον 3 βιβλία;

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο: $f(x) = x^3 + \frac{\alpha}{2}x^2 + 4$

Γ1. Να υπολογίσετε την τιμή του α , αν $\alpha = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x^2 - 2x}{2 - \sqrt{3 + x^2}}$.

Μονάδες 6

Γ2. Για $\alpha = -6$, να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

Μονάδες 7

Γ3. Για $\alpha = -6$, να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο $M(1, f(1))$.

Μονάδες 6

Γ4. Έστω $\underline{x}, \underline{s}$ η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση αντίστοιχα των παρατηρήσεων μιας μεταβλητής X , με $\underline{x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x)}{x-2}$ και $\underline{s}^2 = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f'(2) - 9}{2 - x^3}$. Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο $f(x) = -x^3 + ax^2 - \beta$.

Δ1. Αν η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $A(0,1)$ και ισχύει $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = -4$ να υπολογίσετε τις τιμές των α και β .

Μονάδες 6

Δ2. Για $\alpha = 2$ και $\beta = -1$, να βρείτε την τιμή του x για την οποία ο ρυθμός μεταβολής της $f(x)$ γίνεται μέγιστος.

Μονάδες 7

Δ3. Να υπολογίσετε την εξίσωση της εφαπτομένης ε της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f' στο σημείο της $K(1, f'(1))$.

Μονάδες 6

Δ4. Η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f' στο σημείο της $K(1, f'(1))$ τέμνει τους άξονες $x'x$ και $y'y$ στα

σημεία M και N αντίστοιχα. Να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου OMN, όπου $O(0,0)$ είναι η αρχή των αξόνων.

Μονάδες 6

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)

- 1. Στο εξώφυλλο** να γράψετε το εξεταζόμενο μάθημα. **Στο εσώφυλλο πάνω-πάνω** να συμπληρώσετε τα ατομικά σας στοιχεία. **Στην αρχή των απαντήσεών σας** να γράψετε πάνω-πάνω την ημερομηνία και το εξεταζόμενο μάθημα. **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο και **να μη γράψετε** πουθενά στις απαντήσεις σας το όνομά σας.
- 2.** Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Τυχόν σημειώσεις σας πάνω στα θέματα δεν θα βαθμολογηθούν σε καμία περίπτωση.** Κατά την αποχώρησή σας, να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
- 3.** Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα **μόνο** με μπλε ή **μόνο** με μαύρο στυλό με μελάνι που δεν σβήνει.
- 4.** Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
- 5.** Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
- 6.** Χρόνος δυνατής αποχώρησης: 10.30 π.μ.

ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ