

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ  
ΛΥΚΕΙΩΝ  
ΚΥΡΙΑΚΗ 21 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2024  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ  
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της ταυτοτικής συνάρτησης  $f(x) = x$  είναι  $f'(x) = 1$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

**Μονάδες 7**

**A2.** Έστω  $x_1, x_2, \dots, x_k$  οι τιμές μιας μεταβλητής  $X$  που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους  $n$ , όπου  $k, n$  μη μηδενικοί φυσικοί αριθμοί με  $k \leq n$ .

**α.** Τι ονομάζεται απόλυτη συχνότητα  $v_i$  που αντιστοιχεί στην τιμή  $x_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ ;

**Μονάδες 4**

**β.** Τι ονομάζεται σχετική συχνότητα  $f_i$  της τιμής  $x_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ ;

**Μονάδες 4**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α.** Σε μια κανονική ή περίπου κανονική κατανομή το 68% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα  $(\bar{x} - s, \bar{x} + s)$ , όπου  $\bar{x}$  η μέση τιμή και  $s$  η τυπική απόκλιση.

**β.** Ο σταθμικός μέσος είναι μέτρο διασποράς.

**γ.**  $(\sin x)' = \eta \mu x$

**δ.** Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση μόνο ποσοτικών δεδομένων.

**ε.** Αν μία συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα  $\Delta$  και ισχύει  $f'(x) < 0$  για κάθε εσωτερικό σημείο του  $\Delta$ , τότε η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $\Delta$ .

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β**

Ρωτήθηκαν 20 μαθητές μιας τάξης ενός Επαγγελματικού Λυκείου, πόσα βιβλία διάβασαν την περσινή χρονιά. Οι απαντήσεις τους φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Βιβλία $x_i$	Συχνότητ α $n_i$	Σχετική Συχνότητ α $f_i \%$	Αθροιστικ ή Συχνότητ α $N_i$	Αθρ. Σχετ. Συχνότητ α $F_i$	$x_i \cdot n_i$
1	6				
2					
3	4				
4	2				
Σύνολο					

**B1.** Να μεταφέρετε τον παρακάτω πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε.

**Μονάδες 12**

**B2.** Να υπολογίσετε τη διάμεσο.

**Μονάδες 5**

**B3.** Να υπολογίσετε τη μέση τιμή.

**Μονάδες 4**

**B4.** Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών που διάβασε τουλάχιστον 3 βιβλία;

**Μονάδες 4**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:  $f(x) = x^3 + \frac{\alpha}{2} x^2 + 4$

**Γ1.** Να υπολογίσετε την τιμή του  $\alpha$ , αν  $\alpha = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x - 5}{x + 1}$ .

**Μονάδες 6**

**Γ2.** Για  $\alpha = -6$ , να μελετήσετε την  $f$  ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

**Μονάδες 7**

**Γ3.** Για  $\alpha = -6$ , να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο  $M(1, f(1))$ .

**Μονάδες 6**

**Γ4.** Έστω  $\underline{x}, s$  η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση αντίστοιχα των παρατηρήσεων μιας μεταβλητής  $X$ , με  $\bar{x} = f'(3)$  και  $s^2 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + x}{x}$ . Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

**Μονάδες 6**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο  $f(x) = -x^3 + ax^2 - \beta$ .

**Δ1.** Αν η γραφική παράσταση της  $f$  διέρχεται από το σημείο  $A(0,1)$  και ισχύει  $f'(2) = -4$  να υπολογίσετε τις τιμές των  $\alpha$  και  $\beta$ .

**Μονάδες 6**

**Δ2.** Για  $\alpha = 2$  και  $\beta = -1$ , να βρείτε την τιμή του  $x$  για την οποία ο ρυθμός μεταβολής της  $f(x)$  γίνεται μέγιστος.

**Μονάδες 7**

**Δ3.** Να βρεθούν οι εξισώσεις των εφαπτομένων της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  που είναι παράλληλες στην ευθεία  $\zeta: y = x + 2024$

**Μονάδες 6**

**Δ4.** Έστω  $\varepsilon_1: y = x + 1$  η μια από τις ζητούμενες εφαπτομένες του ερωτήματος Δ<sub>3</sub>, η οποία τέμνει τους άξονες  $x'x$  και  $y'y$  στα σημεία  $M$  και  $N$  αντίστοιχα. Να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου  $OMN$ , όπου  $O(0,0)$  είναι η αρχή των αξόνων.

**Μονάδες 6**

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)

- 1. Στο εξώφυλλο** να γράψετε το εξεταζόμενο μάθημα. **Στο εσώφυλλο πάνω-πάνω** να συμπληρώσετε τα ατομικά σας στοιχεία. **Στην αρχή των απαντήσεών σας** να γράψετε πάνω-πάνω την ημερομηνία και το εξεταζόμενο μάθημα. **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο και **να μη γράψετε** πουθενά στις απαντήσεις σας το όνομά σας.
- 2.** Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Τυχόν σημειώσεις σας πάνω στα θέματα δεν θα βαθμολογηθούν σε καμία περίπτωση.** Κατά την αποχώρησή σας, να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
- 3.** Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα **μόνο** με μπλε ή **μόνο** με μαύρο στυλό με μελάνι που δεν σβήνει.
- 4.** Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
- 5.** Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
- 6.** Χρόνος δυνατής αποχώρησης: 10.30 π.μ.

**ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ  
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**