

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ
ΛΥΚΕΙΩΝ
ΤΕΤΑΡΤΗ 16 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2025
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της ταυτοτικής συνάρτησης $f(x) = x$ είναι $f'(x) = 1$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 7

A2. Έστω $x_1, x_2, \dots, x_k$ οι τιμές μιας μεταβλητής X που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους n , όπου k, n μη μηδενικοί φυσικοί αριθμοί με $k \leq n$.

Τι ονομάζεται απόλυτη συχνότητα v_i που αντιστοιχεί στην τιμή x_i , $i = 1, 2, \dots, k$;

Μονάδες 4

A3. Πότε μια συνάρτηση f λέμε ότι είναι παραγωγίσιμη στο σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της; Τί ονομάζεται παράγωγος της f στο σημείο x_0 ;

Μονάδες 4

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Σε μια κανονική ή περίπου κανονική κατανομή το 68% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα $(\bar{x} - s, \bar{x} + s)$, όπου $\bar{x}$ η μέση τιμή και s η τυπική απόκλιση.

β. Ο σταθμικός μέσος είναι μέτρο διασποράς.

γ. $(\sin x)' = \eta \mu x$

δ. Η διάμεσος δ ενός δείγματος n παρατηρήσεων είναι πάντοτε μία από τις παρατηρήσεις αυτές.

ε. Αν μία συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ και ισχύει $f'(x) < 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο του Δ , τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ .

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Ρωτήθηκαν 20 μαθητές μιας τάξης ενός Επαγγελματικού Λυκείου, πόσα βιβλία διάβασαν την περσινή χρονιά. Οι απαντήσεις τους φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Βιβλία x_i	Συχνότητα n_i	Σχετική Συχνότητα $f_i \%$	Αθροιστική ή Συχνότητα N_i	Αθρ. Σχετ. Συχνότητα F_i	$x_i \cdot n_i$
1	6				
2					
3	4				
4	2				
Σύνολο					

Β1. Να μεταφέρετε τον παρακάτω πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε.

Μονάδες 12

Β2. Να υπολογίσετε τη διάμεσο.

Μονάδες 5

Β3. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή.

Μονάδες 4

Β4. Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών που διάβασε τουλάχιστον 3 βιβλία;

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο: $f(x) = x^3 + \frac{a}{2}x^2 + 4$

Γ1. Να υπολογίσετε την τιμή του a , αν $a = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x - 5}{x + 1}$.

Μονάδες 6

Γ2. Για $a = -6$, να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

Μονάδες 7

Γ3. Για $\alpha = -6$, να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο $M(1, f(1))$.

Μονάδες 6

Γ4. Έστω $\bar{x}, s$ η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση αντίστοιχα των παρατηρήσεων μιας μεταβλητής X , με $\bar{x} = f'(3)$ και $s^2 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + x}{x}$. Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο $f(x) = -x^3 + \alpha x^2 - \beta$.

Δ1. Αν η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $A(0,1)$ και ισχύει $f'(2) = -4$ να υπολογίσετε τις τιμές των α και β .

Μονάδες 6

Δ2. Για $\alpha = 2$ και $\beta = -1$, να βρείτε την τιμή του x για την οποία ο ρυθμός μεταβολής της $f(x)$ γίνεται μέγιστος.

Μονάδες 7

Δ3. Να βρεθούν οι εξισώσεις των εφαπτομένων της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f που είναι παράλληλες στην ευθεία $\zeta: y = x + 2024$

Μονάδες 6

Δ4. Έστω $\varepsilon: y = x + 1$ η μία από τις ζητούμενες εφαπτομένες του προηγούμενου ερωτήματος. Αν τα σημεία $M_1(x_1, y_1)$, $M_2(x_2, y_2)$, $M_3(x_3, y_3)$, $M_4(x_4, y_4)$, $M_5(x_5, y_5)$ ανήκουν στην ε και οι τετμημένες x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 των σημείων έχουν μέση τιμή $\bar{x} = 2$ και τυπική απόκλιση $s = 1$, να βρεθεί η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση των τεταγμένων y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 των σημείων.

Μονάδες 6

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)

1. Στο εξώφυλλο να γράψετε το εξεταζόμενο μάθημα. **Στο εσώφυλλο πάνω-πάνω** να συμπληρώσετε τα ατομικά σας στοιχεία. **Στην αρχή των απαντήσεών σας** να γράψετε πάνω-πάνω την ημερομηνία και το εξεταζόμενο μάθημα. **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο και **να μη γράψετε** πουθενά στις απαντήσεις σας το όνομά σας.

2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Τυχόν σημειώσεις σας πάνω στα θέματα δεν θα βαθμολογηθούν σε καμία περίπτωση.** Κατά την αποχώρησή σας, να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.

3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα **μόνο** με μπλε ή **μόνο** με μαύρο στυλό με μελάνι που δεν σβήνει.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: 10.30 π.μ.

**ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**