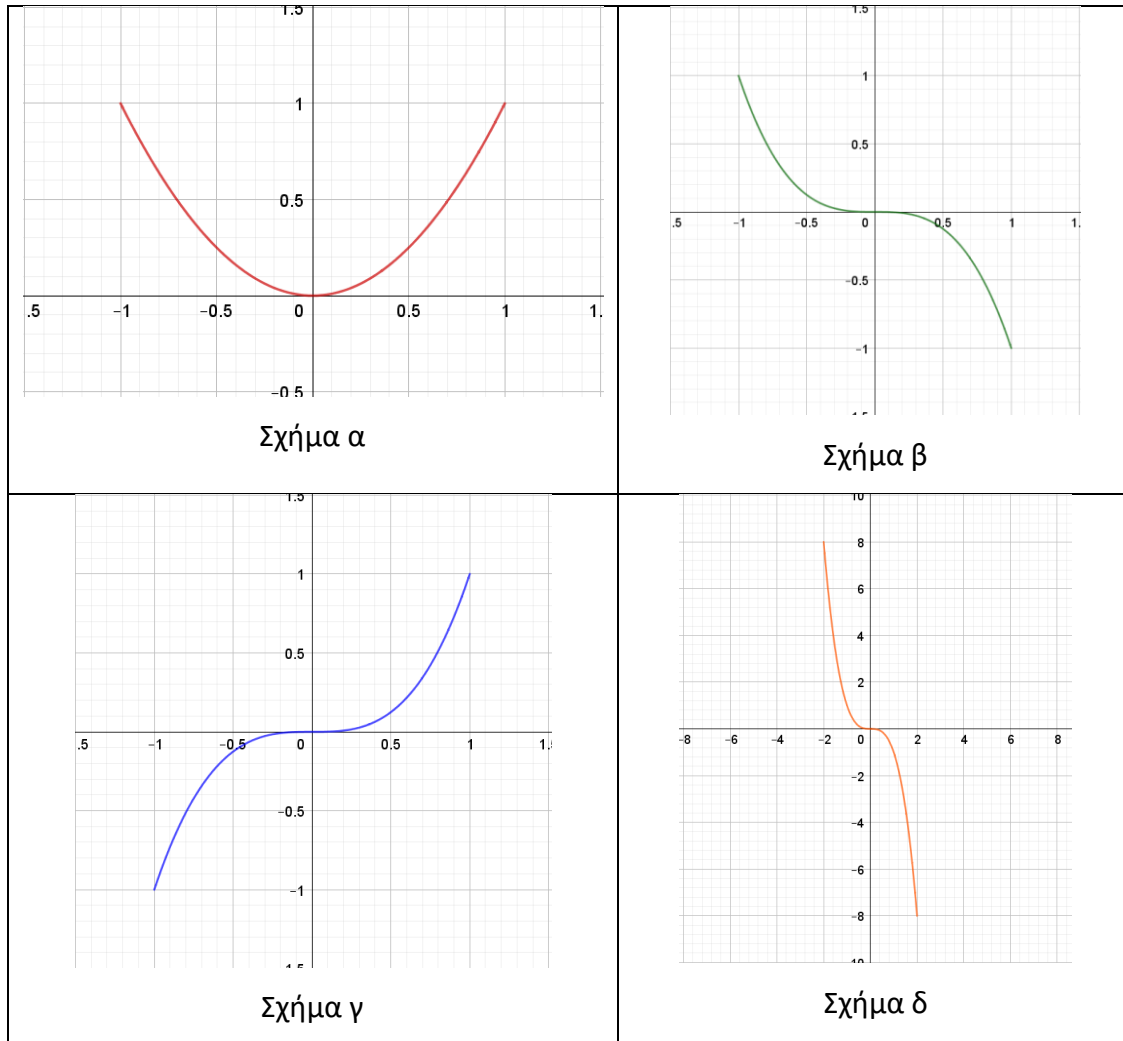


ΘΕΜΑ 3

Έστω μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το διάστημα $[-1,1]$, η οποία είναι περιττή και γνησίως φθίνουσα.

α) Από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις μόνο μία μπορεί να είναι η γραφική παράσταση της f . Να βρείτε ποια είναι αιτιολογώντας την απάντησή σας.

(Μονάδες 8)



β) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = f(x) + 2$

(Μονάδες 5)

γ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $h(x) = f(x-1)$

(Μονάδες 5)

δ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $s(x) = e^x - 1$ και να αποδείξετε (αλγεβρικά ή γραφικά) ότι η εξίσωση $s(x) = f(x)$ έχει μοναδική λύση τη $x = 0$.

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 3

Στο παρακάτω σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = \eta\mu x$ και $g(x) = \sigma\upsilon\nu x$, $x \in [0, 2\pi]$.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων A και B.

(Μονάδες 10)

β) Να βρείτε την μονοτονία της συνάρτησης $g(x)$ στο $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ και την μονοτονία της συνάρτησης $f(x)$ στο $\left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$.

(Μονάδες 4)

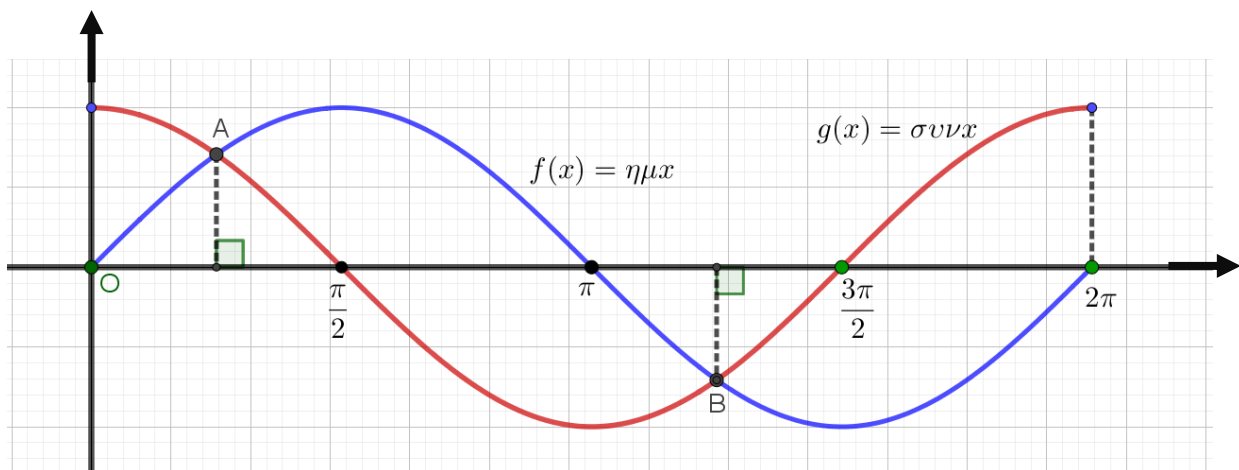
γ) Με την βοήθεια του ερωτήματος β) ή με όποιον άλλο τρόπο θέλετε, να συγκρίνετε, με δικαιολόγηση, τους αριθμούς:

i. $\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ και $\sigma\upsilon\nu\left(\frac{5\pi}{6}\right)$.

(Μονάδες 5)

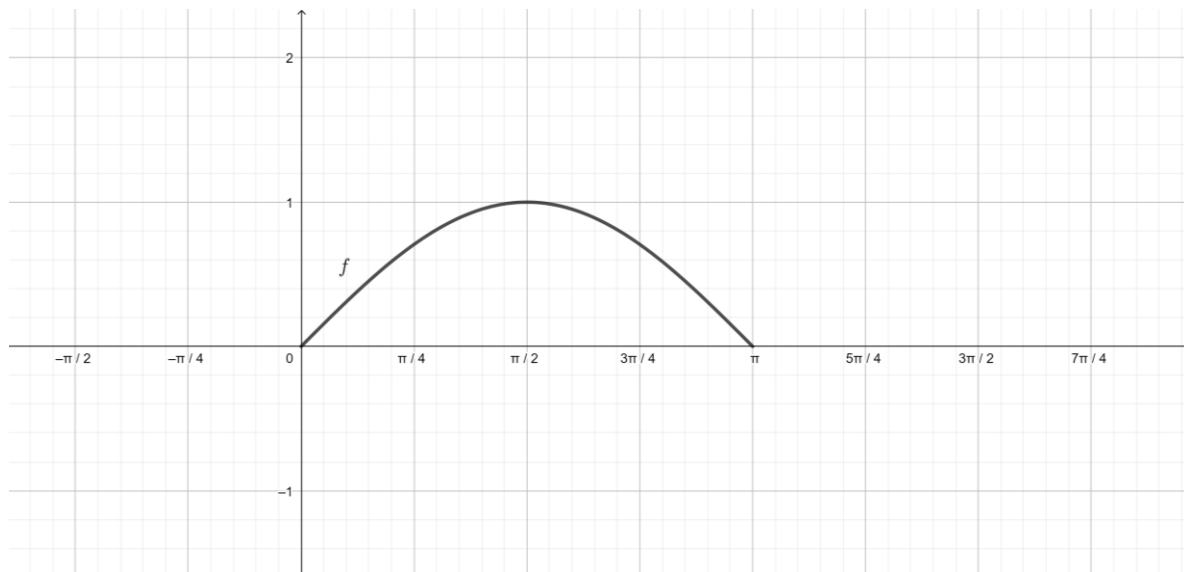
ii. $\eta\mu\left(\frac{5\pi}{3}\right)$ και $\eta\mu\left(\frac{11\pi}{6}\right)$.

(Μονάδες 6)



ΘΕΜΑ 3

Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \eta\mu x$ με $x \in [0, \pi]$.



α)

i. Να μεταφέρετε στην κόλλα σας το σχήμα και μετατοπίζοντας κατάλληλα την f να

σχεδιάσετε την συνάρτηση $g(x) = f\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$.

(Μονάδες 8)

ii. Ποιος είναι ο τύπος της g και σε ποιο διάστημα ορίζεται;

(Μονάδες 8)

β) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = g(x)$.

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 3

Στο παρακάτω σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = 2^x$ και $g(x) = 5^{1-x}$, $x \in \mathbb{R}$. Μια ευθεία παράλληλη προς τον άξονα $x'x$ τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $H\left(0, \frac{1}{5}\right)$.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων A και B.

(Μονάδες 8)

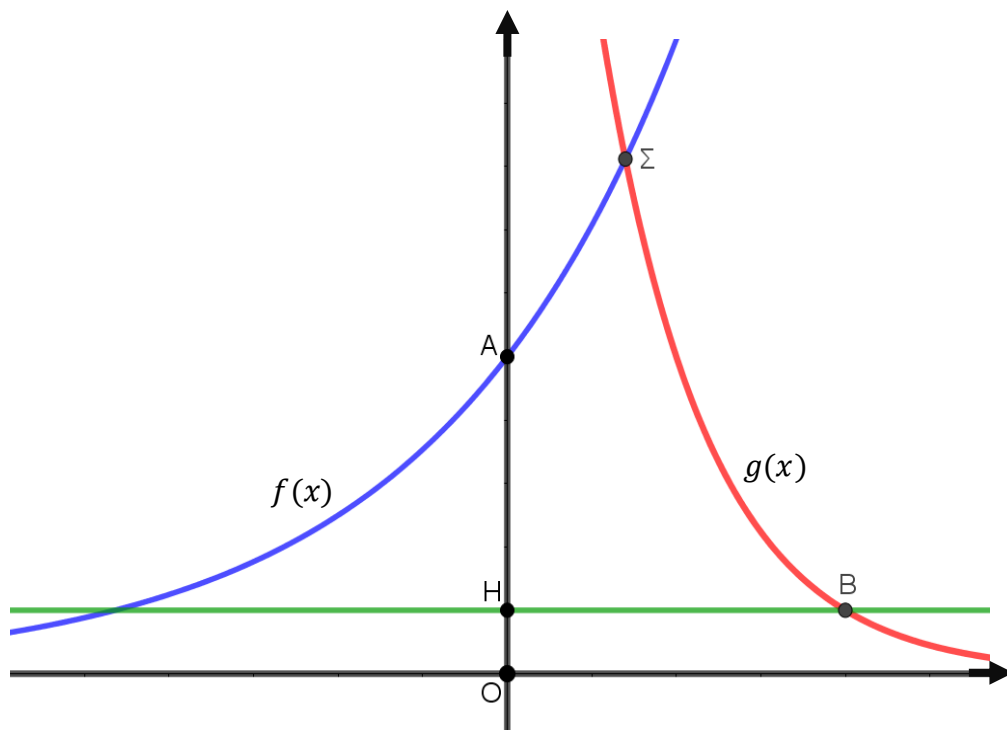
β) Να βρείτε την τετμημένη του σημείου Σ.

(Μονάδες 10)

γ) Αν είναι x_B, x_Σ οι τετμημένες των σημείων B, Σ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι

$$x_B - x_\Sigma = \log 20.$$

(Μονάδες 7)



ΘΕΜΑ 3

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(e^x - 1)$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

(Μονάδες 7)

β) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τον άξονα xx' .

(Μονάδες 8)

γ) Να βρείτε για ποιες τιμές του x η γραφική παράσταση της f είναι κάτω από τον xx' .

(Μονάδες 10)