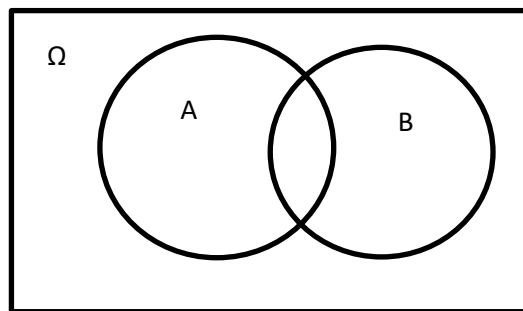


ΘΕΜΑ 2

Από τις 80 μαθήτριες, που είναι παρούσες σήμερα στο σχολείο, πτυχίο καλής γνώσης αγγλικών έχουν 60. Από τις 60 μαθήτριες που έχουν πτυχίο καλής γνώσης αγγλικών, οι 15 έχουν επιπλέον και πτυχίο καλής γνώσης γαλλικών. Επιλέγουμε τυχαία μία μαθήτριά από τις 80.

α) Να υπολογίσετε την πιθανότητα η μαθήτριά που επιλέξαμε να έχει πτυχίο καλής γνώσης αγγλικών. (Μονάδες 8)

β) Στο παρακάτω διάγραμμα Venn, το Ω περιέχει τις 80 μαθήτριες, το A περιέχει τις μαθήτριες που έχουν πτυχίο καλής γνώσης αγγλικών και το B περιέχει τις μαθήτριες που έχουν πτυχίο καλής γνώσης γαλλικών.



i. Να μεταφέρετε στην κόλλα σας το διάγραμμα Venn. Στη συνέχεια να χρωματίσετε με το στυλό σας το μέρος του διαγράμματος Venn που περιέχει τις μαθήτριες, οι οποίες έχουν και τα δύο πτυχία: καλής γνώσης αγγλικών και γαλλικών. (Μονάδες 8)

ii. Να υπολογίσετε την πιθανότητα του ενδεχομένου “η μαθήτριά που επιλέξαμε έχει και τα δύο πτυχία: καλής γνώσης αγγλικών και γαλλικών”. (Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 2

Από τους 100 μαθητές, που είναι παρόντες σήμερα στο σχολείο, μπλε στυλό έχουν 87. Από αυτούς, 17 μαθητές έχουν και μπλε και μαύρο στυλό.

Επιλέγουμε τυχαία έναν μαθητή από τους 100.

α) Να αποδείξετε ότι η πιθανότητα ο μαθητής που επιλέξαμε να έχει μπλε στυλό είναι ίση με 0,87. (Μονάδες 7)

β) Να αποδείξετε ότι η πιθανότητα ο μαθητής που επιλέξαμε να έχει μπλε και μαύρο στυλό, είναι ίση με 0,17. (Μονάδες 10)

γ) Να υπολογίσετε την πιθανότητα ο μαθητής που επιλέξαμε να έχει μπλε και να μην έχει μαύρο στυλό. (Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 2

Σε ένα κουτί υπάρχουν συνολικά 25 σοκολατάκια από τα οποία 12 σοκολατάκια περιέχουν μόνο αμύγδαλο, 8 σοκολατάκια μόνο φουντούκι και 5 σοκολατάκια μόνο κεράσι .

α) Επιλέγουμε τυχαία ένα σοκολατάκι από το κουτί. Να υπολογίσετε την πιθανότητα το σοκολατάκι αυτό:

- i. να περιέχει αμύγδαλο, (Μονάδες 6)
- ii. να μην περιέχει φουντούκι, (Μονάδες 6)
- iii. να περιέχει αμύγδαλο ή φουντούκι. (Μονάδες 6)

β) Από το κουτί φάγαμε 3 σοκολατάκια με αμύγδαλο και 2 σοκολατάκια με φουντούκι. Αν στη συνέχεια, επιλέξουμε τυχαία ένα σοκολατάκι από το κουτί, να υπολογίσετε την πιθανότητα το σοκολατάκι αυτό να περιέχει κεράσι. (Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 2

Ρίχνουμε ένα συνηθισμένο κέρμα τρεις φορές και καταγράφουμε το αποτέλεσμα.

α) Για το παραπάνω πείραμα τύχης να γράψετε έναν δειγματικό χώρο και το ενδεχόμενο

A : «Το αποτέλεσμα των τριών ρίψεων είναι τουλάχιστον δύο φορές κεφαλή». (Μονάδες 8)

β) Να γράψετε το συμπληρωματικό ενδεχόμενο A' του A . (Μονάδες 9)

γ) Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των ενδεχομένων A και A' . (Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 2

Ο Κώστας και ο Νίκος έχουν ο καθένας ένα συνηθισμένο ζάρι και παίζουν το εξής παιχνίδι: Ρίχνει ο καθένας το δικό του ζάρι και καταγράφουν το αποτέλεσμα. Αν και οι δύο αριθμοί που φέρνουν ο Κώστας και ο Νίκος, είναι μεγαλύτεροι από το 2, τότε κερδίζει ο Κώστας. Διαφορετικά κερδίζει ο Νίκος.

α) Για το παραπάνω πείραμα τύχης να γράψετε τον δειγματικό χώρο, όπου για παράδειγμα, το αποτέλεσμα $(2, 5)$ να σημαίνει ότι ο Κώστας έφερε 2 και ο Νίκος 5. (Μονάδες 7)

β) Να βρείτε τις πιθανότητες:

- i. να κερδίσει ο Κώστας, (Μονάδες 9)
- ii. να κερδίσει ο Νίκος. (Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η παρακάτω λίστα δεδομένων:

2 , 3 , 2 , 1 , 2 , 3 , 2 , 2 , 1.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. η μέση τιμή είναι $\bar{x} = 2$, (Μονάδες 5)

ii. η διάμεσος είναι $\delta = 2$. (Μονάδες 5)

β) Να βρείτε:

i. τη διακύμανση, (Μονάδες 5)

ii. την τυπική απόκλιση, (Μονάδες 5)

iii. τον συντελεστή μεταβλητότητας. (Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 2

Η τράπουλα αποτελείται από 52 φύλλα τα οποία χωρίζονται σε τέσσερις φυλές: τις κούπες, τα καρό, τα μπαστούνια και τα σπαθιά. Κάθε φυλή αποτελείται από 13 φύλλα: τους αριθμούς 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, τις φιγούρες βαλέ (J), ντάμα (Q), ρήγα (K) και τον άσο (A). Η Άννα τράβηξε τυχαία ένα φύλλο από μια καλά ανακατεμένη τράπουλα. Έστω τα ενδεχόμενα

A: «το φύλλο που τράβηξε η Άννα, είναι αριθμός»

και M: «το φύλλο που τράβηξε η Άννα, είναι μπαστούνι».

α) Να εκφράσετε λεκτικά τα ενδεχόμενα $A \cap M$ και $A \cup M$. (Μονάδες 8)

β) Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

i. A , M και $A \cap M$, (Μονάδες 12)

ii. $A \cup M$. (Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 2

Η Μαρία υιοθέτησε μία γατούλα που ερχόταν συνέχεια στην αυλή του σπιτιού της και την ονόμασε Μελιώ. Μετά από δύο εβδομάδες που την είχε στο σπίτι διαπίστωσε ότι η Μελιώ είναι έγκυος. Την πήγε στον κτηνίατρο μαζί με τη μητέρα της και ο κτηνίατρος τους είπε ότι η Μελιώ θα γεννήσει 4 γατάκια.

α) Να γράψετε χρησιμοποιώντας δενδροδιάγραμμα ένα δειγματικό χώρο για τις δυνατές περιπτώσεις του φύλου των τεσσάρων γατιών με τη σειρά γέννησής τους.

(Μονάδες 09)

β) Μία φίλη της Μαρίας υποσχέθηκε ότι αφού γεννηθούν και απογαλακτιστούν τα γατάκια από τη μαμά τους, θα υιοθετήσει τα τρία πρώτα γατάκια που θα γεννηθούν, αν είναι ίδιου φύλου. Ένας γείτονας της Μαρίας υποσχέθηκε να υιοθετήσει το 4^ο γατάκι αν είναι θηλυκό, γιατί έχει ήδη μία θηλυκή γατούλα στο σπίτι του.

i. Να γράψετε με αναγραφή των στοιχείων του το ενδεχόμενο

A: «Τα τρία πρώτα γατάκια είναι ίδιου φύλου και το τέταρτο γατάκι είναι θηλυκό».

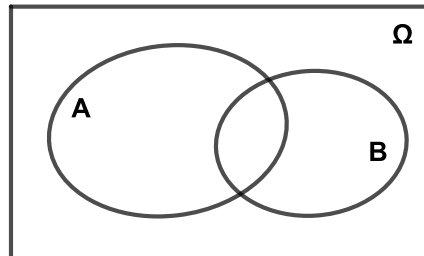
(Μονάδες 08)

ii. Να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου: «Υιοθετούνται και τα τέσσερα γατάκια».

(Μονάδες 08)

ΘΕΜΑ 2

Ρωτήθηκαν 100 άτομα για το μέσο ή τα μέσα μεταφοράς που χρησιμοποίησαν στις διακοπές τους το περσινό καλοκαίρι. Στο παρακάτω διάγραμμα Venn, το A έχει ως στοιχεία τα άτομα που χρησιμοποίησαν πλοίο και το B εκείνους που χρησιμοποίησαν αεροπλάνο. Επιλέγουμε τυχαία ένα άτομο από τα παραπάνω.



α) Χρησιμοποιώντας τη γλώσσα των συνόλων (τομή, ένωση κτλ.) να εκφράσετε τα ενδεχόμενα το άτομο που επιλέγουμε:

- i. Χρησιμοποίησε πλοίο και αεροπλάνο.
- ii. Χρησιμοποίησε μόνο αεροπλάνο.

(Μονάδες 08)

β) Από τα 100 άτομα που ρωτήθηκαν, 75 άτομα απάντησαν ότι ταξίδεψαν με πλοίο, 35 άτομα ότι ταξίδεψαν με αεροπλάνο και 20 άτομα ταξίδεψαν και με τα δύο μεταφορικά μέσα. Να βρείτε την πιθανότητα των ενδεχομένων:

E_1 : «Το άτομο που επιλέγουμε χρησιμοποίησε ένα τουλάχιστον από τα δύο μέσα».

(Μονάδες 08)

E_2 : «Το άτομο που επιλέγουμε να έχει ταξιδέψει μόνο με αεροπλάνο».

(Μονάδες 09)

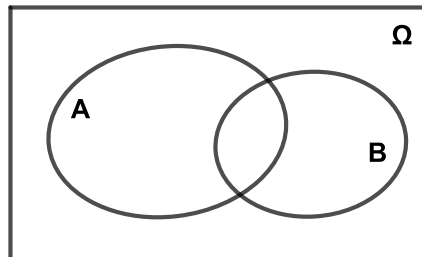
ΘΕΜΑ 2

Έστω Ω ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης και A, B δύο ενδεχόμενά του.

α) Χρησιμοποιώντας τη γλώσσα των συνόλων (τομή, ένωση κτλ.), να εκφράσετε τα ενδεχόμενα:

- i. Πραγματοποιείται το A και το B .
- ii. Πραγματοποιείται το B αλλά όχι το A .

Μπορείτε αν θέλετε να απαντήσετε χρησιμοποιώντας το παρακάτω διάγραμμα Venn, σκιάζοντας κάθε φορά το μέρος εκείνο που αναφέρεται στο ζητούμενο ενδεχόμενο.



(Μονάδες 10)

β) Θεωρούμε το πείραμα τύχης: «Ρίψη ενός νομίσματος δύο φορές» με δειγματικό χώρο $\Omega = \{KK, KG, GK, GG\}$ και τα ενδεχόμενα A και B που ορίζονται ως εξής:

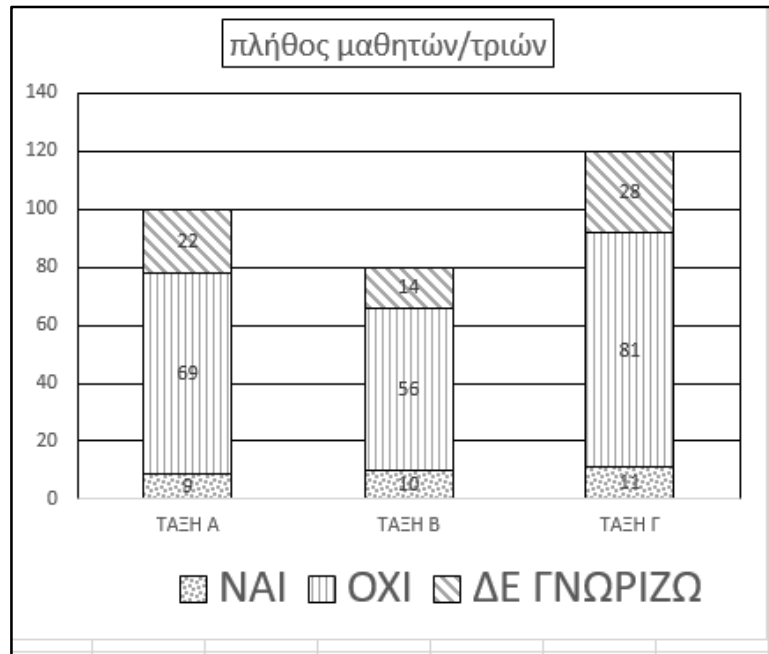
A : «Στη 1^η ρίψη φέρουμε κεφαλή (K)»,

B : «Φέρουμε διαφορετική ένδειξη και στις 2 ρίψεις».

- i. Να γράψετε τα στοιχεία των ενδεχομένων A και B . (Μονάδες 05)
- ii. Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων του ερωτήματος α). (Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 2

Στα πλαίσια μιας έρευνας που διενεργήθηκε σε 300 μαθητές/μαθήτριες ενός Λυκείου σχετικά με την Κλιματική Αλλαγή τέθηκε η ερώτηση : «Πιστεύετε ότι η κλιματική αλλαγή είναι κάτι για το οποίο οι επιστήμονες υπερβάλλουν;» Οι απαντήσεις των μαθητών/τριών του σχολείου αναπαριστώνται στο επόμενο στοιβαγμένο ραβδόγραμμα:



α) Ποιο ποσοστό των μαθητών που απάντησαν ΝΑΙ πηγαίνει στην Α' Λυκείου;

(Μονάδες 8)

β)

- i. Πόσοι μαθητές του Λυκείου απάντησαν ότι η κλιματική αλλαγή είναι κάτι για το οποίο οι επιστήμονες υπερβάλλουν; Τι ποσοστό του συνόλου των μαθητών είναι;

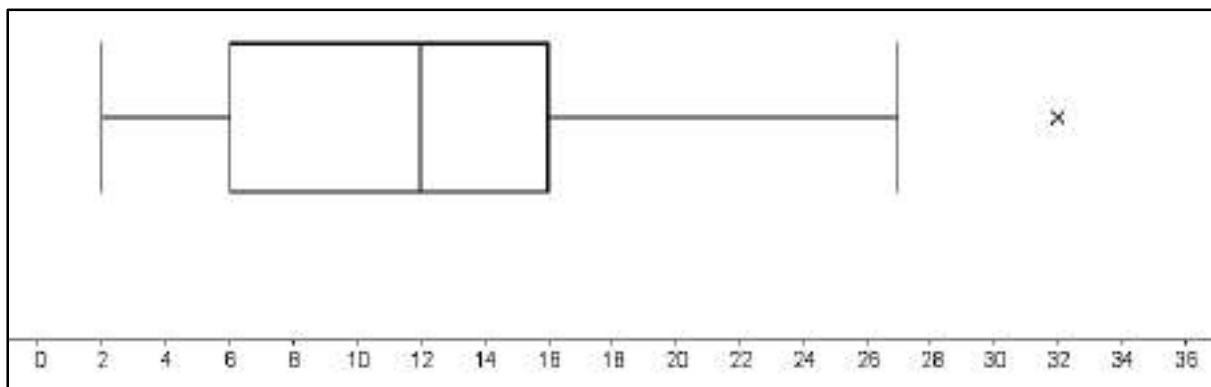
(Μονάδες 8)

- ii. Τι ποσοστό από κάθε τάξη απάντησαν ότι η κλιματική αλλαγή είναι κάτι για το οποίο οι επιστήμονες δεν υπερβάλλουν;

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 2

Το παρακάτω θηκόγραμμα παρουσιάζει τους πόντους ενός παίκτη μιας ομάδας καλαθοσφαίρισης στα 15 τελευταία παιχνίδια της ομάδας του.



Με τη βοήθεια του θηκογράμματος να βρείτε:

- α) Το εύρος R των πόντων του παίκτη. (Μονάδες 6)
- β) Τα τεταρτημόρια Q_1 , Q_2 και Q_3 . (Μονάδες 9)
- γ) Το ενδοτεταρτημοριακό εύρος Q . (Μονάδες 5)
- δ) Τις ακραίες τιμές. (Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 2

Ένας μαθητής στις γραπτές δοκιμασίες στο μάθημα των Μαθηματικών, κατά τη διάρκεια μιας χρονιάς, πήρε τις ακόλουθες βαθμολογίες :

10 ,14 ,9 ,15 ,14 ,12 ,18 ,13 ,13 ,13

α) Να βρείτε τη διάμεσο και τα τεταρτημόρια Q_1 και Q_3 . (Μονάδες 10)

β) Να βρείτε το εύρος της βαθμολογίας του καθώς και το ενδοτεταρτημοριακό εύρος Q .

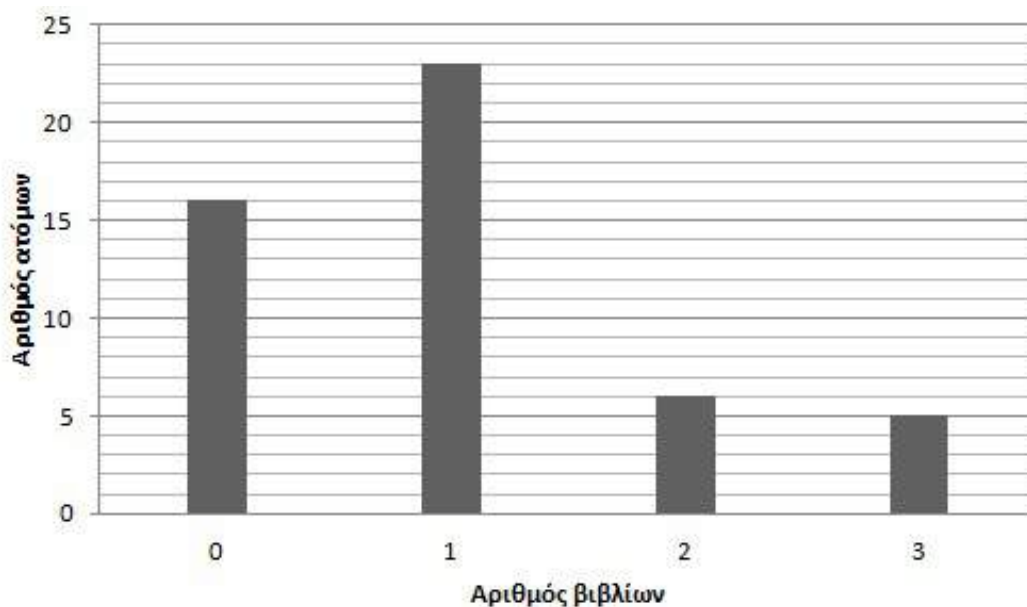
(Μονάδες 8)

γ) Να σχεδιάσετε το θηκόγραμμα.

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 2

Έγινε μια έρευνα σε ένα δείγμα ενηλίκων που αφορούσε τον αριθμό βιβλίων που διάβασαν κατά την διάρκεια των καλοκαιρινών διακοπών τους. Τα ευρήματα παρουσιάζονται στο ακόλουθο ραβδόγραμμα συχνοτήτων.



α) Να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τον πίνακα συχνοτήτων που ακολουθεί.

Αριθμός βιβλίων	Αριθμός ατόμων
Σύνολο	

(Μονάδες 10)

β) Να υπολογίσετε την μέση τιμή του αριθμού των βιβλίων, που διάβασαν κατά τη διάρκεια των διακοπών τους, τα άτομα που συμμετείχαν στην έρευνα.

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 2

Ο διευθυντής του σχολείου έχει κανονίσει συνάντηση με τα 5-μελή συμβούλια των μαθητικών κοινοτήτων στη βιβλιοθήκη του σχολείου. Στη βιβλιοθήκη υπάρχουν 6 καρέκλες η μία δίπλα στην άλλη στις οποίες θα καθίσουν οι 5 μαθητές του συμβουλίου.

α) Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούν να καθίσουν οι μαθητές του 5-μελούς μαθητικού συμβουλίου στη συνάντηση με το διευθυντή; (Μονάδες 12)

β) Να βρείτε την πιθανότητα στη συνάντηση του 5-μελούς με το διευθυντή ο πρόεδρος και ο γραμματέας να καθίσουν στις δύο ακραίες καρέκλες. (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2

Σε ένα σχολείο φοιτούν 120 μαθητές στη Γ Λυκείου και όλοι προετοιμάζονται να διαγωνιστούν στα τέσσερα μαθήματα προσανατολισμού για την εισαγωγή τους στην τριτοβάθμια εκπαίδευση. Κάποιοι από τους μαθητές αυτούς, επιλέγουν να διαγωνιστούν και σε αθλήματα ή Αγγλικά. Συγκεκριμένα, 40 μαθητές έχουν επιλέξει να διαγωνιστούν και σε αθλήματα, 15 μαθητές έχουν επιλέξει να διαγωνιστούν και στα Αγγλικά, ενώ 10 μαθητές έχουν επιλέξει να διαγωνιστούν και σε αθλήματα και στα Αγγλικά.

Αν επιλέξουμε τυχαία έναν από τους 120 μαθητές και θεωρήσουμε τα ενδεχόμενα

A : «ο μαθητής επιλέγει να διαγωνιστεί και στα αθλήματα» και

Γ : «ο μαθητής επιλέγει να διαγωνιστεί και στα Αγγλικά»

α) Να πείτε πότε πραγματοποιείται το ενδεχόμενο A∪Γ και να βρείτε την πιθανότητα

του. (Μονάδες 13)

β) Να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου «ο μαθητής διαγωνίζεται μόνο στα

τέσσερα μαθήματα προσανατολισμού». (Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 2

Ο διευθυντής του σχολείου έχει κανονίσει συνάντηση με τα 5-μελή συμβούλια των μαθητικών κοινοτήτων στη βιβλιοθήκη του σχολείου. Στη βιβλιοθήκη υπάρχουν 5 καρέκλες η μία δίπλα στην άλλη, τις οποίες θα χρησιμοποιήσουν οι μαθητές. Για να μη ρωτάει κάθε φορά ποιος από τους μαθητές έχει εκλεγεί πρόεδρος, ζήτησε να κάθεται στην πρώτη από αριστερά καρέκλα ο πρόεδρος και στις υπόλοιπες οι άλλοι μαθητές του 5-μελούς συμβουλίου.

α) Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούν να καθίσουν οι μαθητές του 5-μελούς μαθητικού συμβουλίου στη συνάντηση με το διευθυντή; (Μονάδες 13)

β) Να βρείτε την πιθανότητα η τοποθέτηση του 5-μελούς μαθητικού συμβουλίου στις πέντε καρέκλες να είναι: «ο πρόεδρος στην πρώτη καρέκλα, τα δύο άλλα μέλη του προεδρείου (γραμματέας – ταμίας) στις δύο επόμενες από αριστερά καρέκλες, και στη συνέχεια στις δύο επόμενες θέσεις τα δύο μέλη του μαθητικού συμβουλίου».

(Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 2

Ένα τμήμα της Α Λυκείου έχει εβδομαδιαίο πρόγραμμα μαθημάτων που αποτελείται από επτάωρα στις 5 εργάσιμες μέρες της εβδομάδας.

α) Αν πρόκειται να επιλέξουμε μια μέρα μιας συγκεκριμένης εβδομάδας και μια διδακτική ώρα για να γίνει η συνέλευση του τμήματος, πόσες είναι οι διαφορετικές δυνατές επιλογές;

(Μονάδες 12)

β) Αν επιλέξουμε στην τύχη μια διδακτική ώρα για να γίνει η συνέλευση του τμήματος ποια είναι η πιθανότητα η συνέλευση να γίνει μια έβδομη διδακτική ώρα της συγκεκριμένης εβδομάδας;

(Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2

Οι βαθμοί μιας μαθήτριας της Γ' λυκείου στα διαγωνίσματα των μαθηματικών κατά τη διάρκεια του έτους ήταν : 12 ,14, 15, 16, 20, 17, 12, 14 .

α) Να υπολογιστεί η μέση τιμή των βαθμών της. (Μονάδες 8)

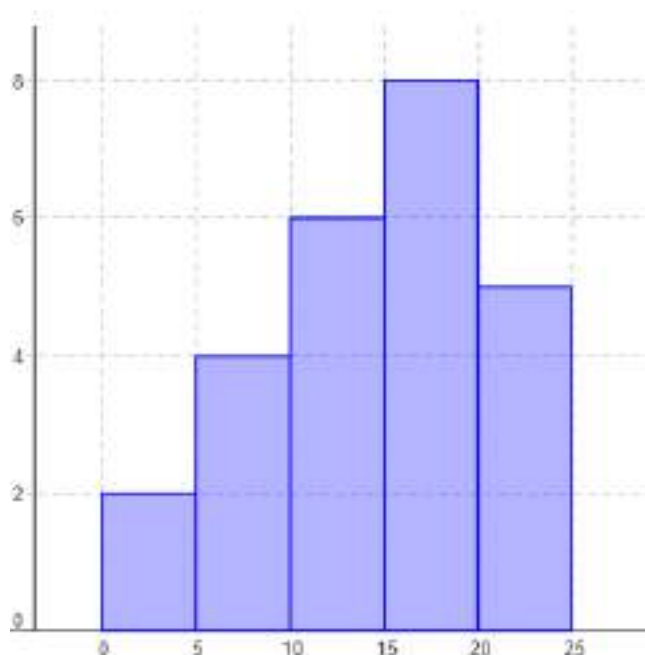
β) Να υπολογιστεί η διάμεσος των βαθμών της. (Μονάδες 4)

γ) Ναδειχτεί ότι η διακύμανση είναι ίση με $\frac{25}{4}$. (Μονάδες 8)

δ) Να υπολογιστεί ο συντελεστής μεταβλητότητας. (Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 2

Ρωτήσαμε μαθητές ενός τμήματος «πόσο χρόνο χρειάζονται για την διαδρομή από το σπίτι τους μέχρι το σχολείο» και οι απαντήσεις που πήραμε φαίνονται στο διπλανό ιστόγραμμα συχνοτήτων. Όπου ο οριζόντιος άξονας παριστάνει χρόνο σε λεπτά και ο κατακόρυφος μαθητές.



α) Να αντιγράψετε τον επόμενο πίνακα συχνοτήτων στο γραπτό σας και να τον συμπληρώσετε. (Μονάδες 5)

Κλάσεις με χρόνους (min)	Συχνότητα (μαθητές)
[0,5)	
[5,10)	
[10,15)	
[15,20)	
[20,25)	
Σύνολο	

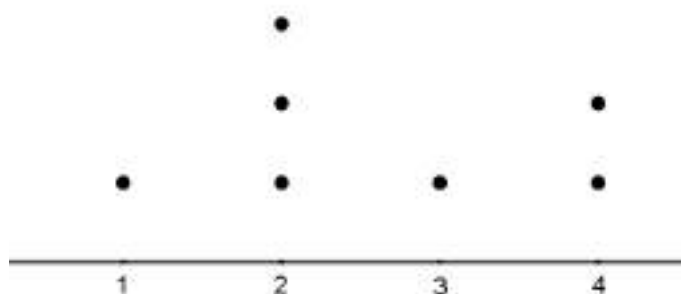
β) Να συμπληρώσετε το διπλανό πίνακα με τις σχετικές συχνότητες ($f_i, f_i\%$). (Μονάδες 8)

γ) Να βρείτε το ποσοστό των μαθητών που αφιερώνουν τουλάχιστον 15 λεπτά για αυτήν τη διαδρομή. (Μονάδες 5)

δ) Να μεταφέρετε το ιστόγραμμα συχνοτήτων στο γραπτό σας και να σχεδιάσετε το πολύγωνο συχνοτήτων. (Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 2

Στο επόμενο σημειόγραμμα φαίνονται τα γκολ που σημείωσε η εθνική ομάδα της Αργεντινής στο Μουντιάλ του Κατάρ το 2022 στα επτά συνολικά παιχνίδια που χρειάστηκε να αγωνισθεί μέχρι να κατακτήσει το παγκόσμιο κύπελλο.



α) Με βάση το σημειόγραμμα να καταγράψετε τον αριθμό των γκολ σε κάθε αγώνα.

(Μονάδες 5)

β) Να υπολογίσετε για τα γκολ που σημείωσε η ομάδα στα 7 αυτά παιχνίδια:

- i. Τη μέση τιμή. (Μονάδες 5)
- ii. Το εύρος. (Μονάδες 5)
- iii. Την επικρατούσα τιμή. (Μονάδες 5)
- iv. Την διάμεσο. (Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 2

Από σχετική μελέτη γνωρίζουμε ότι το 50% των εργαζομένων μιας πόλης για την μετάβασή τους στην εργασία τους χρησιμοποιούν κάποιο μέσο μαζικής μεταφοράς, το 40% χρησιμοποιούν κάποιο ιδιωτικό μέσο μεταφοράς και 15% χρησιμοποιούν και κάποιο μέσο μαζικής μεταφοράς και ιδιωτικό μέσο μεταφοράς.

Επιλέγουμε τυχαία έναν εργαζόμενο αυτής της πόλης. Να υπολογίσετε την πιθανότητα να μεταβαίνει στην εργασία του :

α) Με κάποιο μέσο μαζικής μεταφοράς ή με ιδιωτικό μέσο μεταφοράς.

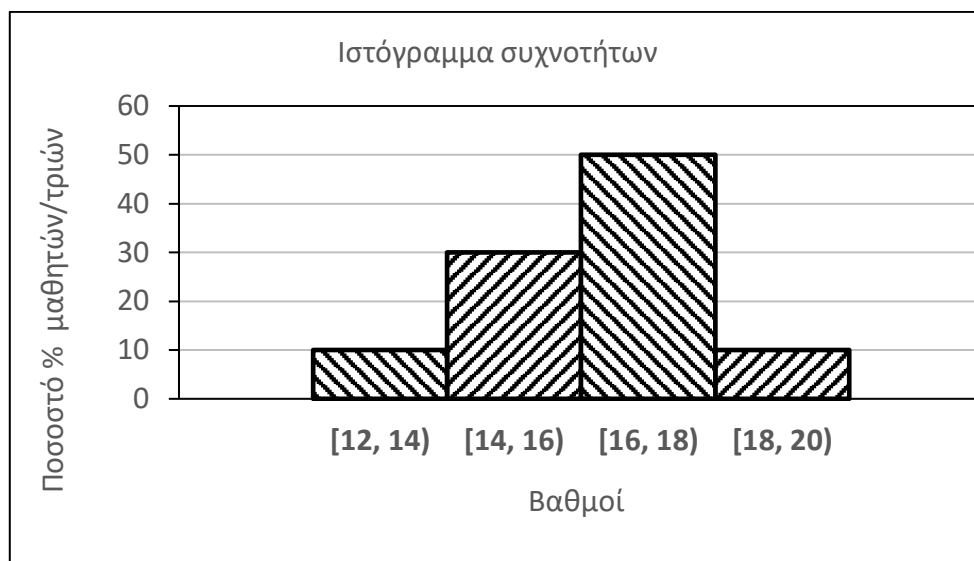
(Μονάδες 13)

β) Να μην χρησιμοποιεί μέσο μαζικής ούτε ιδιωτικό μέσο μεταφοράς .

(Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 2

Το παρακάτω ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων % αντιστοιχεί στους βαθμούς 50 μαθητών και μαθητριών της Β΄ τάξης ενός Λυκείου, στο μάθημα της Λογοτεχνίας για το Α΄ τετράμηνο.



α) Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα συχνοτήτων. (Μονάδες 10)

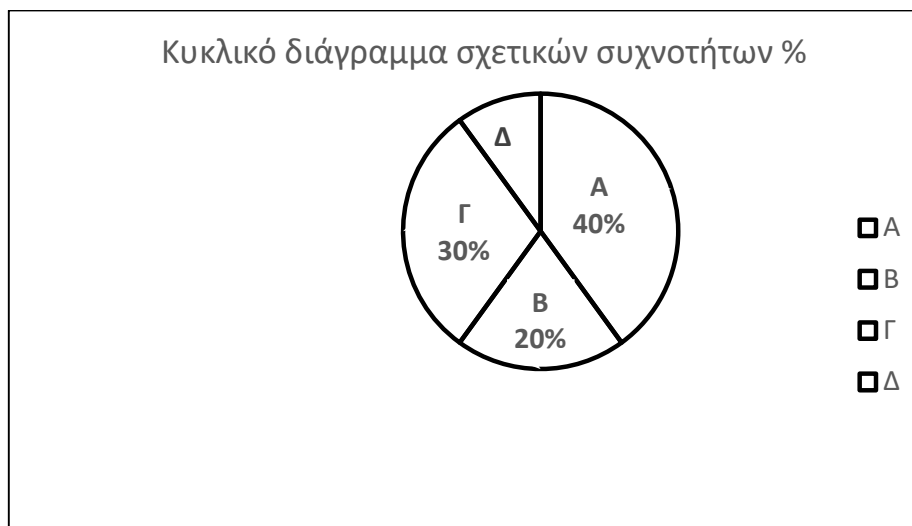
Κλάσεις με τους βαθμούς	Συχνότητα n_i	Σχετική συχνότητα $f_i\%$
[12, 14)		
[14, 16)		
[16, 18)		
[18, 20)		
Σύνολο		

β) Τι ποσοστό των μαθητών ή μαθητριών έχουν βαθμό:

- i. 18 ή περισσότερο. (Μονάδες 4)
- ii. μικρότερο από 14. (Μονάδες 4)
- iii. τουλάχιστον 14. (Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 2

Στη σχολική εκδρομή ενός Δημοτικού Σχολείου πήγαν ορισμένα παιδιά από κάθε μια από τις τάξεις Α', Β', Γ' και Δ'. Στο παρακάτω κυκλικό διάγραμμα παριστάνονται αυτά τα παιδιά ανά τάξη, ως ποσοστό επί του συνόλου των παιδιών που πήγαν στην εκδρομή.



α) Με τη βοήθεια του κυκλικού διαγράμματος να απαντήσετε στο εξής: Από ποια τάξη, από τις Α', Β', Γ' ή Δ' ήταν τα περισσότερα στην εκδρομή και από ποια τα λιγότερα;

(Μονάδες 8)

β) Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα σχετικών συχνοτήτων.

Τάξη	Σχετική συχνότητα f_i %
A	
B	
Γ	
Δ	
Σύνολο	

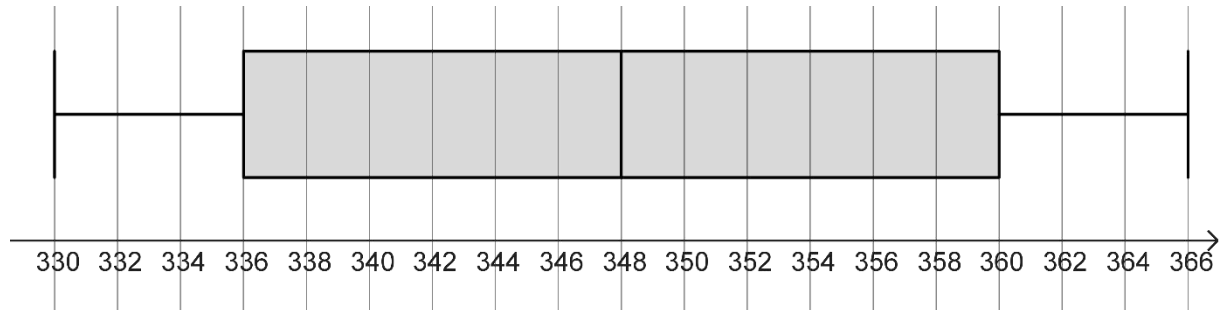
(Μονάδες 10)

γ) Να σχεδιάσετε το αντίστοιχο ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων %.

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 2

Η Χριστίνα πηγαίνει για τρέξιμο τουλάχιστον 5 φορές την εβδομάδα. Τις τελευταίες τέσσερις εβδομάδες μετρούσε κάθε φορά σε πόσα δευτερόλεπτα έτρεχε 1 χιλιόμετρο. Το παρακάτω θηκόγραμμα αντιστοιχεί στις μετρήσεις της Χριστίνας.



α) Χρησιμοποιώντας το θηκόγραμμα, να βρείτε:

- το εύρος R των μετρήσεων,
- τη διάμεσο δ των μετρήσεων,
- το πρώτο και το τρίτο τεταρτημόριο των μετρήσεων, Q_1 και Q_3 αντίστοιχα,
- το ενδοτεταρτημοριακό εύρος Q των μετρήσεων.

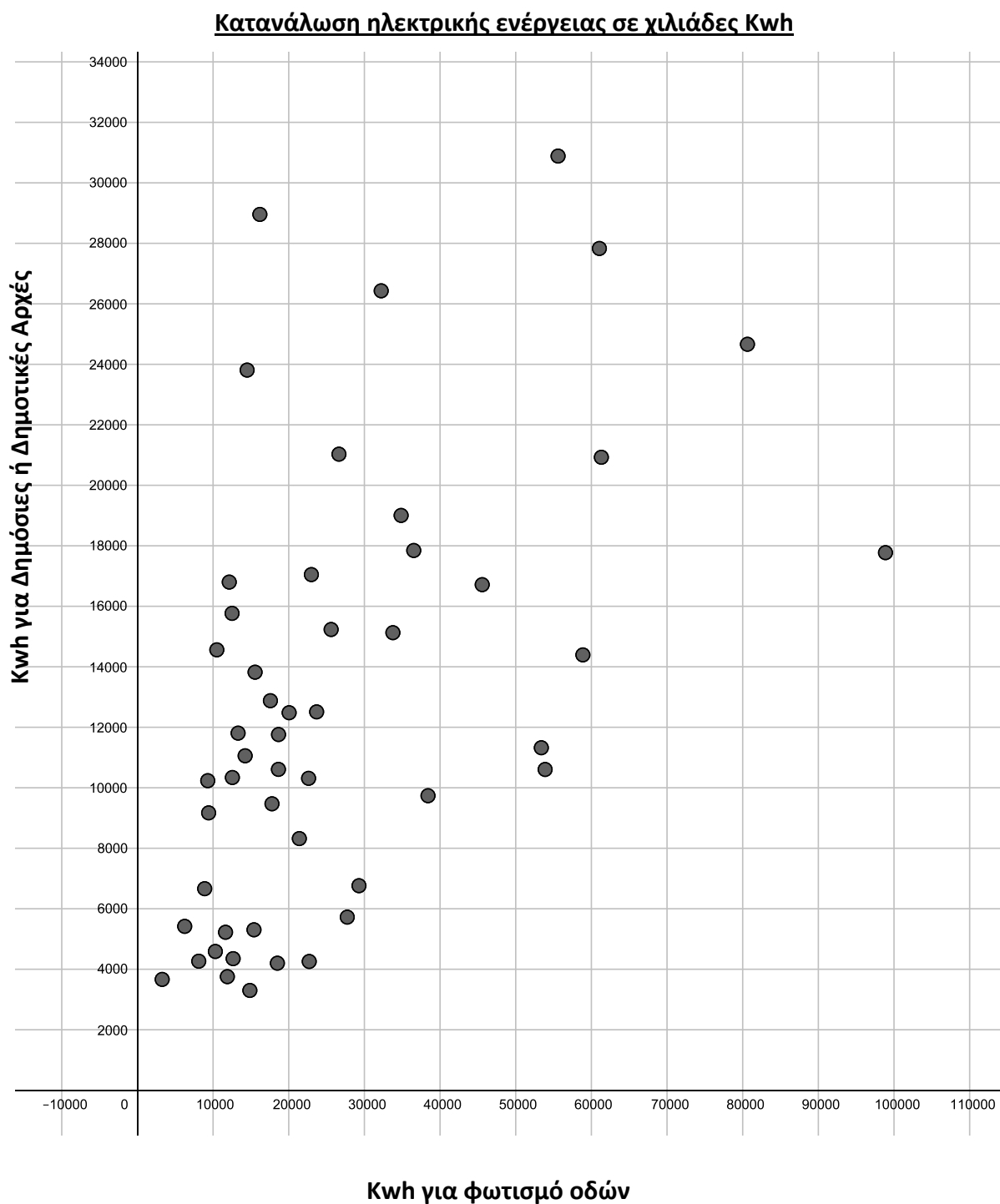
(Μονάδες 20)

β) Ποιος είναι ο καλύτερος (μικρότερος) χρόνος που έκανε η Χριστίνα;

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω διάγραμμα διασποράς παρουσιάζεται η κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας X για το φωτισμό των οδών στους 50 νομούς της Ελλάδας (εκτός του νομού Αττικής και Θεσσαλονίκης), σε σχέση με την κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας Y για τις Δημόσιες ή Δημοτικές Αρχές.



α) Να ομαδοποιήσετε την κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας Y που απαιτείται για τη χρήση σε Δημόσιες ή Δημοτικές Αρχές σε κλάσεις πλάτους 4000, ξεκινώντας από την κλάση $[2000,6000)$ και να φτιάξετε τον πίνακα συχνοτήτων f_i και σχετικών συχνοτήτων $f_i\%$. (Μονάδες 15)

β) Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο συχνοτήτων για την μεταβλητή Y . (Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω χρονόγραμμα φαίνεται η χρονική εξέλιξη της χρήσης του διαδικτύου των νοικοκυριών στη χώρα μας, από το 2012 έως και το 2022 (Πηγή: ΕΛΣΤΑΤ, Δεκέμβριος 2022).

α) Ποιο ποσοστό νοικοκυριών είχαν πρόσβαση στο διαδίκτυο από την κατοικία τους:

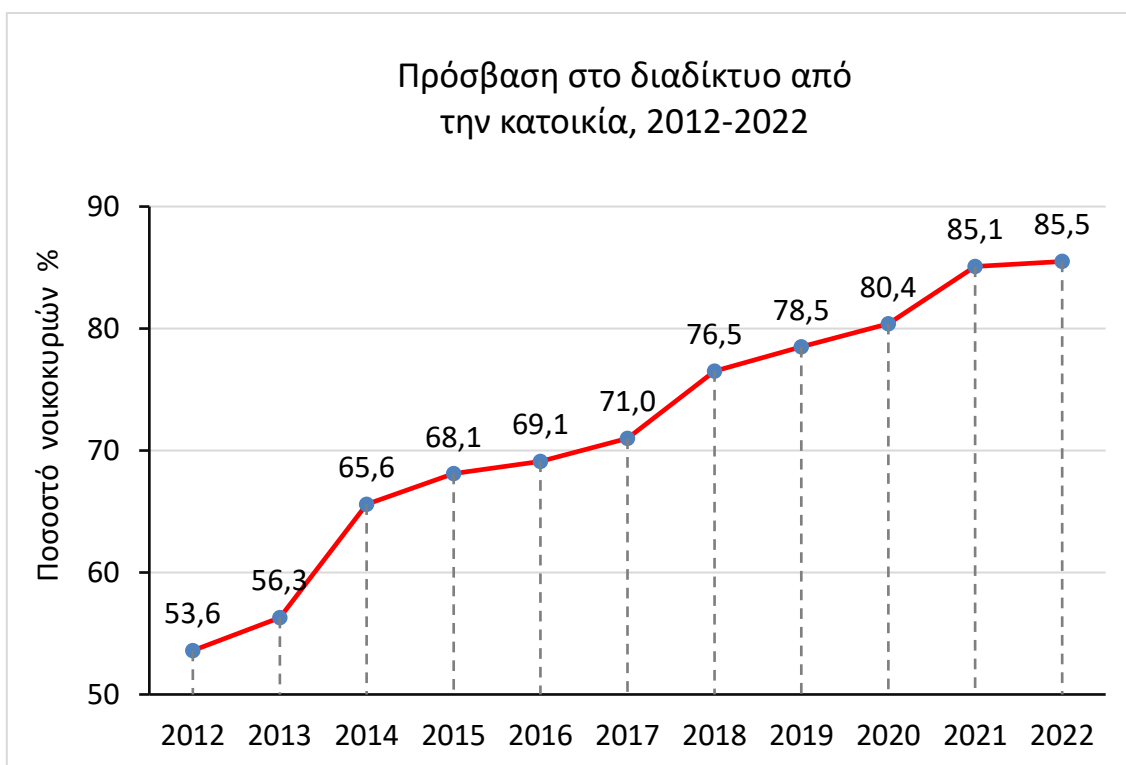
i. το έτος 2012; (Μονάδες 6)

ii. το έτος 2022; (Μονάδες 6)

β) Στην πρόσβαση στο διαδίκτυο από την κατοικία, ποιο έτος, σε σχέση με το προηγούμενο έτος, σημειώθηκε:

i. η μεγαλύτερη αύξηση; (Μονάδες 6)

ii. η μικρότερη αύξηση; (Μονάδες 7)



ΘΕΜΑ 2

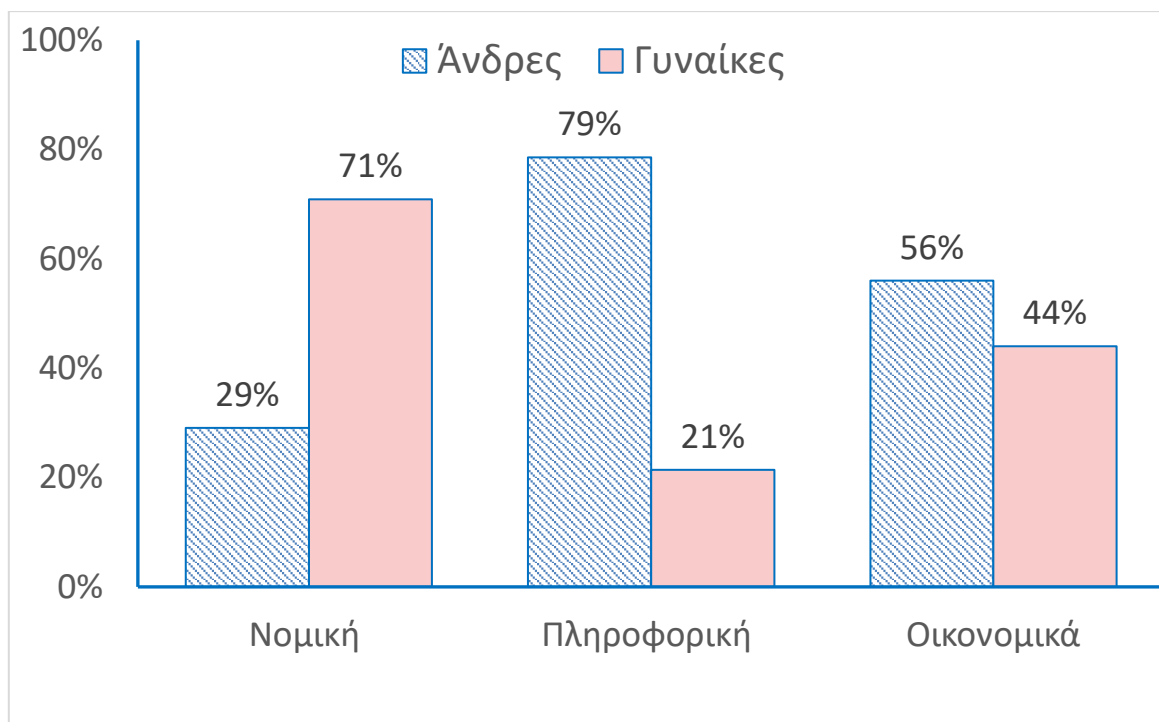
Τα αποτελέσματα μιας έρευνας, σχετικά με την κατανομή των φοιτητών/τριών ανά φύλο σε τρεις τομείς της τριτοβάθμιας εκπαίδευσης, παρουσιάζονται στο παρακάτω ομαδοποιημένο ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων, ως προς τον τομέα εκπαίδευσης.

α) Ποιες είναι οι μεταβλητές και ποιο είναι το είδος τους; (Μονάδες 6)

β) Στο σύνολο των ατόμων που σπουδάζουν Νομική, ποιο είναι το ποσοστό των γυναικών και ποιο είναι το ποσοστό των ανδρών; (Μονάδες 6)

γ) Σε ποιον τομέα υπάρχει η μεγαλύτερη εκπροσώπηση γυναικών και σε ποιον η μικρότερη; (Μονάδες 6)

δ) Δίνεται ότι από τους παραπάνω φοιτητές/φοιτήτριες, σπουδάζουν Οικονομικά 16000 και Πληροφορική 10000. Να συγκρίνετε τον αριθμό των ανδρών που σπουδάζουν Οικονομικά με τον αριθμό των ανδρών που σπουδάζουν Πληροφορική. (Μονάδες 7)



ΘΕΜΑ 2

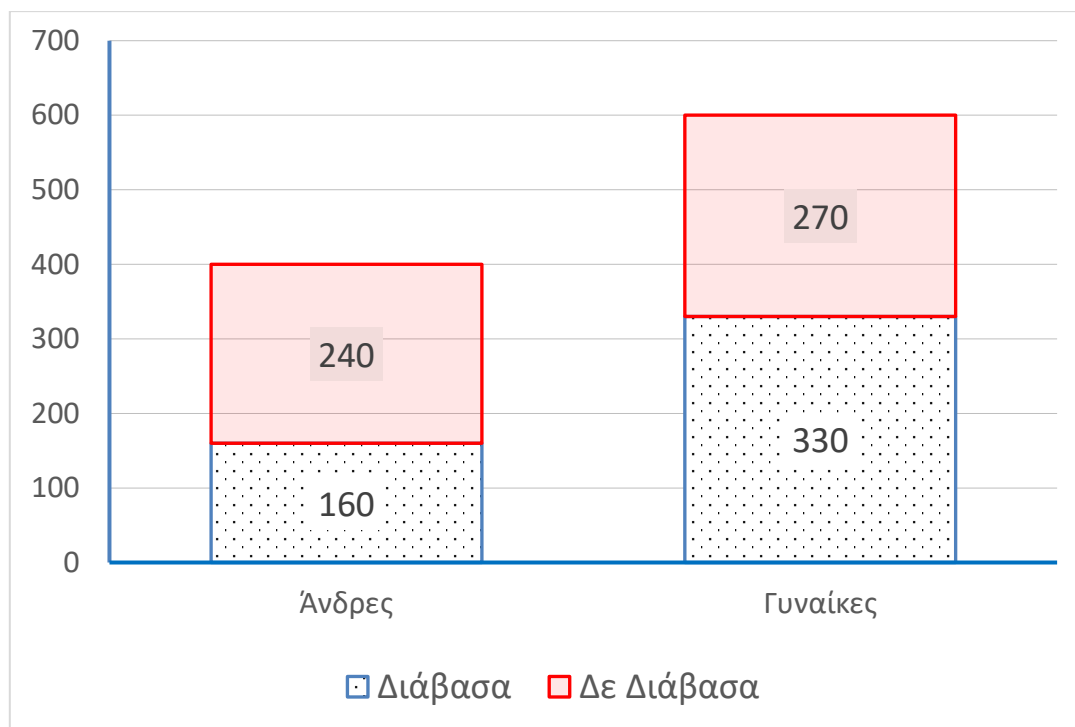
Σε μία έρευνα, τυχαία επιλεγμένοι ενήλικες, ρωτήθηκαν αν έχουν διαβάσει ένα τουλάχιστον λογοτεχνικό βιβλίο τον τελευταίο χρόνο. Οι απαντήσεις τους, ανά φύλο, αναπαρίστανται στο παρακάτω στοιβαγμένο ραβδόγραμμα συχνοτήτων.

α) Στην έρευνα αυτή:

- i. πόσοι άνδρες και πόσες γυναίκες συμμετείχαν; (Μονάδες 4)
- ii. ποιο είναι το μέγεθος του δείγματος; (Μονάδες 3)

β) Να βρείτε τα ποσοστά, όσων έχουν διαβάσει, ένα τουλάχιστον λογοτεχνικό βιβλίο τον τελευταίο χρόνο:

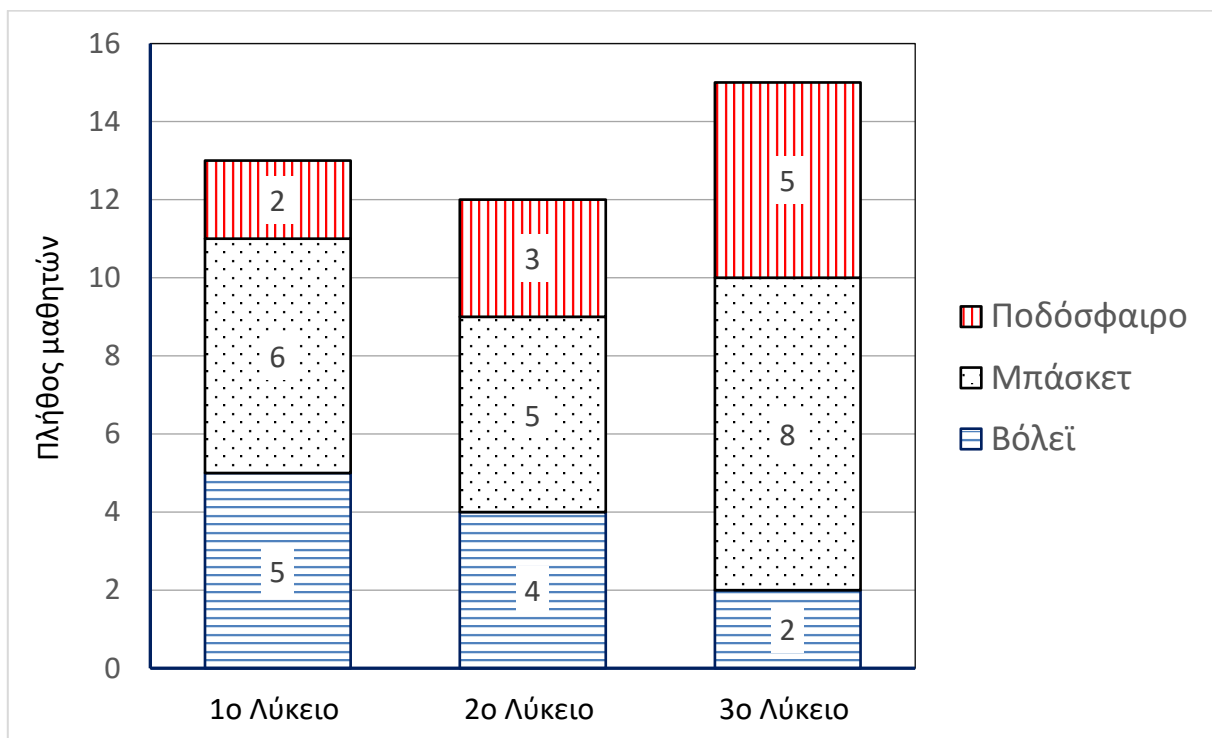
- i. μεταξύ των ανδρών του δείγματος, (Μονάδες 6)
- ii. μεταξύ των γυναικών του δείγματος, (Μονάδες 6)
- iii. μεταξύ όλων των ατόμων του δείγματος. (Μονάδες 6)



ΘΕΜΑ 2

Ρωτήσαμε 40 μαθητές από τα τρία Λύκεια μιας πόλης ποιο από τα αθλήματα: ποδόσφαιρο, μπάσκετ ή βόλεϊ, προτιμούν. Οι απαντήσεις τους παρουσιάζονται στο παρακάτω στοιβαγμένο ραβδόγραμμα, ως προς το Λύκειο φοίτησης. Ένας από τους μαθητές επιλέγεται τυχαία. Να υπολογίσετε την πιθανότητα ο μαθητής αυτός:

- α) να προτιμά το ποδόσφαιρο, (Μονάδες 6)
β) να προτιμά το βόλεϊ ή το μπάσκετ, (Μονάδες 7)
γ) να φοιτά στο 3ο Λύκειο, (Μονάδες 6)
δ) να μη φοιτά στο 3ο Λύκειο. (Μονάδες 6)



ΘΕΜΑ 2

150 άτομα συμμετείχαν σε έναν διαγωνισμό παζλ, όπου ο στόχος είναι η συναρμολόγηση ενός παζλ στο μικρότερο δυνατό χρόνο. Αφού καταγράφηκε ο χρόνος σε λεπτά, που χρειάστηκε το κάθε άτομο για τη συναρμολόγηση του παζλ, τα αποτελέσματα παρουσιάστηκαν με το παρακάτω ιστόγραμμα συχνοτήτων.

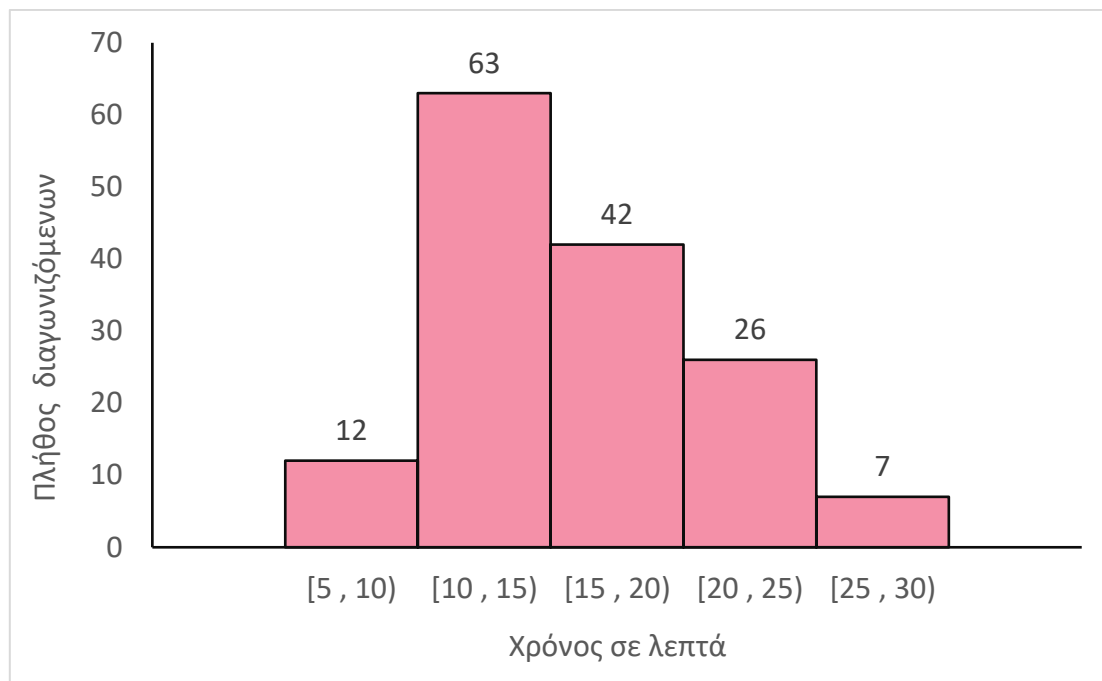
α) Για την παραπάνω έρευνα:

i. ποιο είναι το μέγεθος του δείγματος; (Μονάδες 4)

ii. ποια είναι η μεταβλητή του δείγματος και ποιο είναι το είδος της; (Μονάδες 5)

β) Πόσα άτομα συναρμολόγησαν το παζλ, σε χρόνο λιγότερο από 20 λεπτά; (Μονάδες 8)

γ) Τα άτομα που έκαναν χρόνο λιγότερο από 10 λεπτά, προκρίνονται στην επόμενη φάση του διαγωνισμού. Ποιο είναι το ποσοστό αυτών των ατόμων; (Μονάδες 8)



ΘΕΜΑ 2

Σ' ένα δείγμα 3000 φορολογούμενων πολιτών, οι 600 έχουν ελεγχθεί από την Ανεξάρτητη Αρχή Δημοσίων Εσόδων (ΑΑΔΕ) τουλάχιστον μία φορά κατά το παρελθόν. Κατά το τρέχον έτος, η ΑΑΔΕ επιλέγει για έλεγχο, τυχαία, έναν από τους παραπάνω 3000 φορολογούμενους. Έστω το ενδεχόμενο, Α: «ο φορολογούμενος έχει ελεγχθεί τουλάχιστον μία φορά κατά το παρελθόν» και το συμπληρωματικό ενδεχόμενο Α' του Α.

α) Να υπολογίσετε την πιθανότητα του ενδεχομένου Α. (Μονάδες 9)

β) Να διατυπώσετε λεκτικά το ενδεχόμενο Α'. (Μονάδες 7)

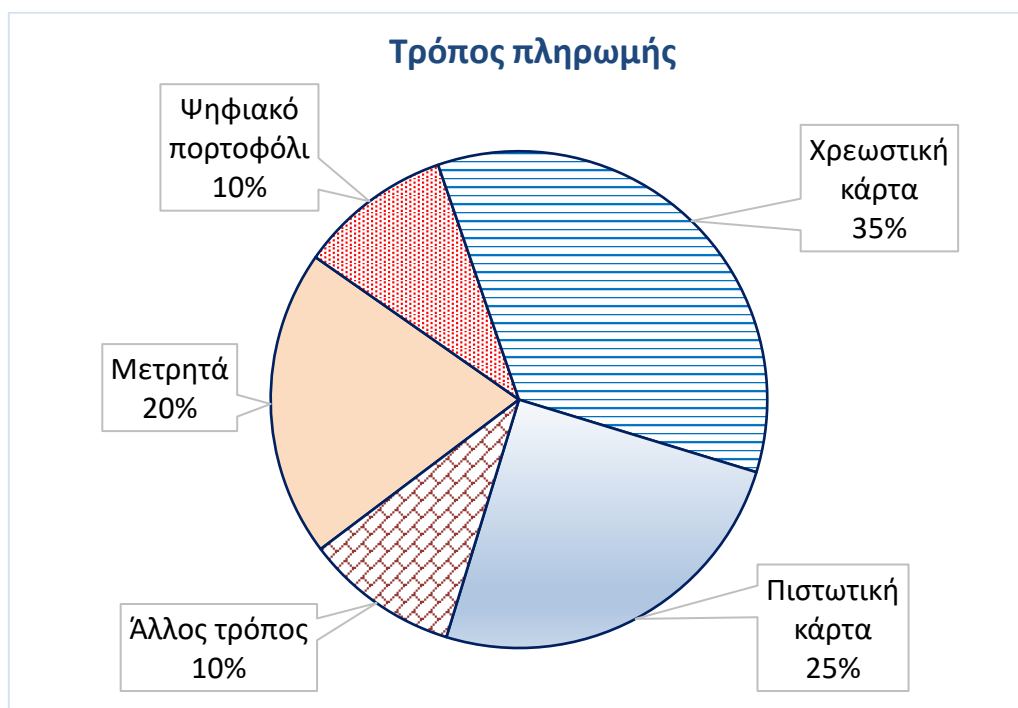
γ) Να υπολογίσετε την πιθανότητα του ενδεχομένου Α'. (Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 2

Το παρακάτω κυκλικό διάγραμμα παρουσιάζει τα αποτελέσματα μιας έρευνας, σχετικά με τον τρόπο πληρωμής των πελατών σ' ένα εστιατόριο, έναν συγκεκριμένο μήνα.

- α) Ποια είναι η μεταβλητή που εξετάζεται στην έρευνα;
- β) Ποιο είναι το είδος της μεταβλητής;
- γ) Ποιες είναι οι τιμές της μεταβλητής;
- δ) Ποιες είναι οι σχετικές συχνότητες %, των τιμών της μεταβλητής;
- ε) Ποια είναι η επικρατούσα τιμή;

(Μονάδες 25)



ΘΕΜΑ 2

Υποθέτουμε ότι η διάρκεια της ανθρώπινης κύησης, σε ημέρες, ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή 266 και τυπική απόκλιση 16. Θεωρούμε ένα μεγάλο δείγμα κυήσεων.

α) Να υπολογίσετε προσεγγιστικά το ποσοστό εκείνων που θα διαρκέσουν:

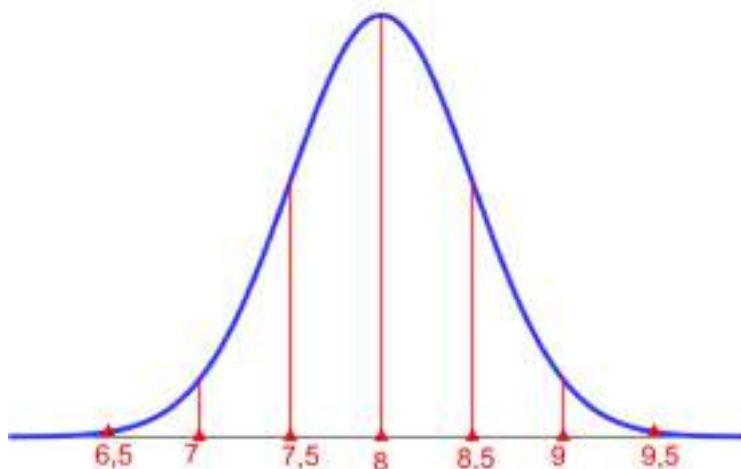
- i. το πολύ 266 ημέρες, (Μονάδες 6)
- ii. τουλάχιστον 282 ημέρες, (Μονάδες 6)
- iii. περισσότερο από 298 ή λιγότερο από 234 ημέρες. (Μονάδες 7)

β) Να γράψετε ένα διάστημα στο οποίο ανήκει η διάρκεια σε ημέρες του 95% των κυήσεων.

(Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ 2

Η κατανάλωση καυσίμου σε λίτρα, ανά 100 χιλιόμετρα ενός συγκεκριμένου οχήματος, ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή $\mu = 8$ και τυπική απόκλιση $\sigma = 0,5$, όπως φαίνεται στο σχήμα (στον οριζόντιο άξονα είναι η κατανάλωση καυσίμου, σε λίτρα).



α) Να υπολογίσετε τις τιμές των $\mu + 2\sigma$ και $\mu - 2\sigma$. (Μονάδες 6)

β) Να γράψετε τα διαστήματα $(\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma)$ και $(\mu, \mu + 2\sigma)$ με αριθμούς.

(Μονάδες 4)

γ) Επιλέγουμε τυχαία μια διαδρομή 100 χιλιομέτρων του οχήματος. Να υπολογίσετε την πιθανότητα καθενός από τα παρακάτω ενδεχόμενα για την κατανάλωση του οχήματος σε αυτή τη διαδρομή:

«Η κατανάλωση είναι μεγαλύτερη από 8 λίτρα.»

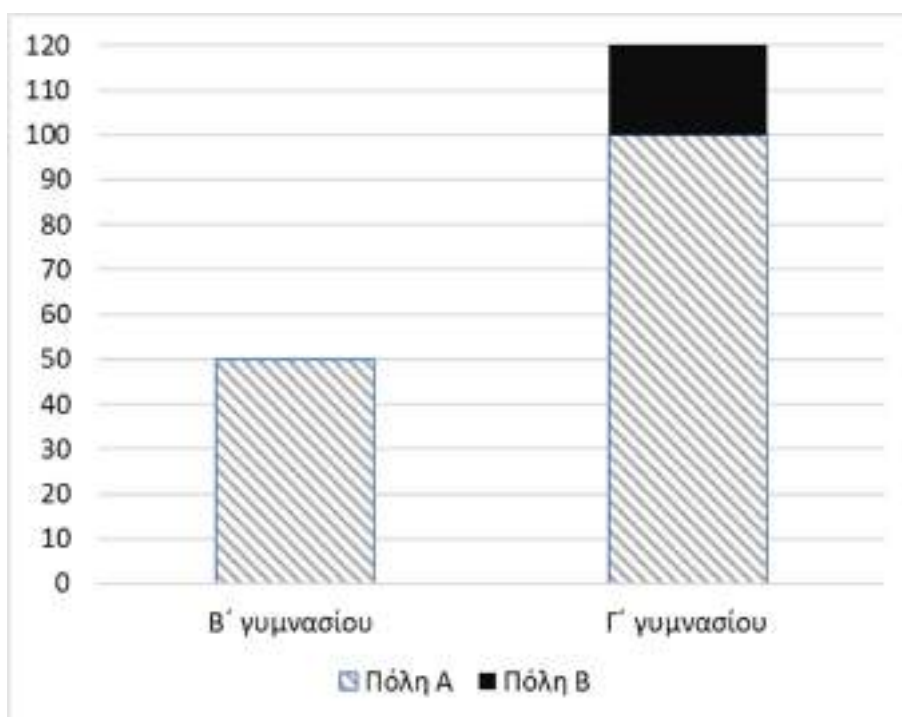
«Η κατανάλωση ανήκει στο διάστημα $(7, 9)$.»

«Η κατανάλωση ανήκει στο διάστημα $(8, 9)$.»

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 2

Τα παιδιά των τάξεων Β' και Γ' ενός γυμνασίου πρόκειται να πάνε ημερήσια εκδρομή. Δύο είναι οι υποψήφιοι προορισμοί, η πόλη Α και η πόλη Β. Το δεκαπενταμελές μαθητικό συμβούλιο έκανε ψηφοφορία μεταξύ των δύο πόλεων, στην οποία συμμετείχαν όλα τα παιδιά των δύο τάξεων, δηλώνοντας την προτίμησή τους (πόλη Α ή πόλη Β). Δεν υπήρχε «λευκή» ψήφος. Την πόλη Β προτίμησαν 60 παιδιά της Β' τάξης και 20 παιδιά της Γ' τάξης. Στα αποτελέσματα της ψηφοφορίας αντιστοιχεί το παρακάτω στοιβαγμένο ραβδόγραμμα, από το οποίο λείπει το μέρος της ράβδου που αντιστοιχεί στα παιδιά της Β' γυμνασίου που προτίμησαν την πόλη Β.



α) Σύμφωνα με το στοιβαγμένο ραβδόγραμμα:

i. Πόσα παιδιά της Β' γυμνασίου προτίμησαν την πόλη Α; (Μονάδες 4)

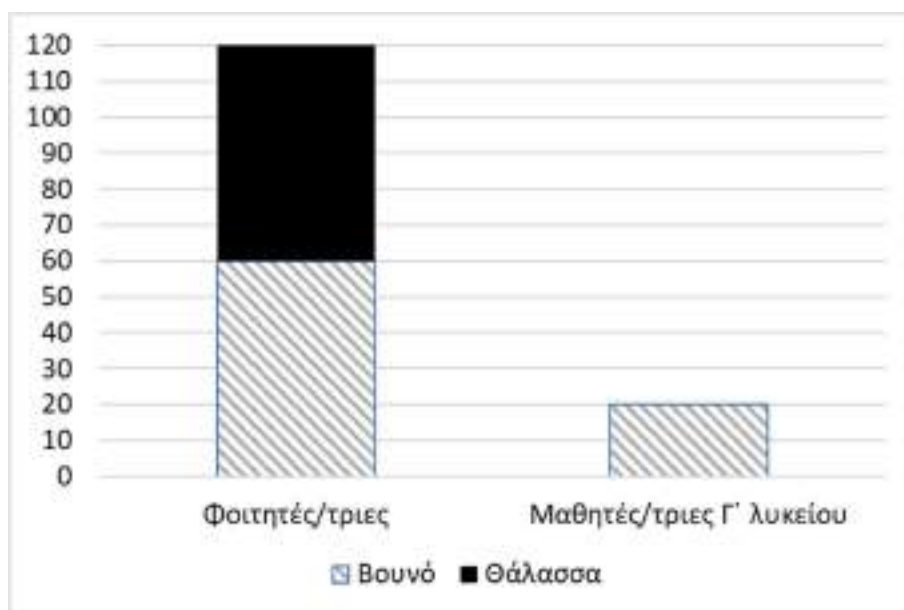
ii. Πόσα παιδιά της Γ' γυμνασίου συμμετείχαν στην ψηφοφορία; (Μονάδες 7)

β) Πόσα παιδιά της Γ' γυμνασίου προτίμησαν την πόλη Α; (Μονάδες 6)

γ) Να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε το παραπάνω στοιβαγμένο ραβδόγραμμα. (Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 2

Ρωτήθηκαν 120 φοιτητές και φοιτήτριες και 120 μαθητές και μαθήτριες της Γ' λυκείου, πού προτιμούν να πάνε διακοπές το καλοκαίρι, μεταξύ βουνού και θάλασσας. Όλοι και όλες έδωσαν μία από τις δύο απαντήσεις αυτές. Τα αποτελέσματα των απαντήσεών τους φαίνονται στο παρακάτω στοιβαγμένο ραβδόγραμμα, αλλά από τη ράβδο «Μαθητές/τριες Γ' λυκείου» λείπει το μέρος που αντιστοιχεί στην απάντηση «θάλασσα».



α)

i. Πόσοι/ες μαθητές/τριες Γ' λυκείου απάντησαν ότι προτιμούν βουνό; (Μονάδες 5)

ii. Να υπολογίσετε πόσοι/ες μαθητές/τριες Γ' λυκείου απάντησαν ότι προτιμούν θάλασσα.

(Μονάδες 6)

β) Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ) την παρακάτω πρόταση.

«Οι περισσότεροι/ες από τους φοιτητές/τριες απάντησαν ότι προτιμούν βουνό.»

(Μονάδες 5)

γ) Να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε το παραπάνω στοιβαγμένο

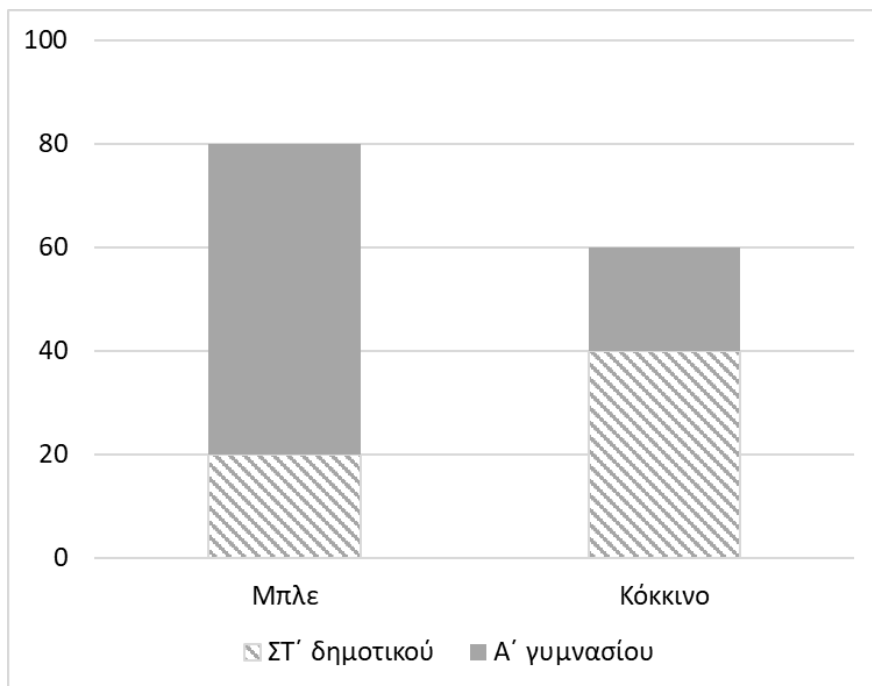
ραβδόγραμμα.

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 2

Σε μια γιορτή που συμμετέχουν παιδιά των τάξεων ΣΤ' δημοτικού και Α' γυμνασίου, κάθε παιδί παίρνει, ως δώρο ένα μπαλάκι. Υπάρχουν μπλε και κόκκινα μπαλάκια, τα οποία διαφέρουν μόνο ως προς το χρώμα. Κάθε παιδί επιλέγει ποιο χρώμα προτιμά.

Τα αποτελέσματα των επιλογών, ανά τάξη, φαίνονται στο παρακάτω ομαδοποιημένο ραβδόγραμμα.



α)

i. Πόσα ήταν τα παιδιά που επέλεξαν μπλε μπαλάκι; (Μονάδες 6)

ii. Πόσα παιδιά της ΣΤ' δημοτικού επέλεξαν μπλε μπαλάκι; (Μονάδες 6)

iii. Πόσα παιδιά της Α' γυμνασίου επέλεξαν μπλε μπαλάκι; (Μονάδες 6)

β) Να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα συνάφειας.

		Μπαλάκι		
		Μπλε	Κόκκινο	Σύνολο
Τάξη	ΣΤ' δημοτικού			
	Α' γυμνασίου			
	Σύνολο			

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 2

Στα κυλικεία δύο σχολείων, ενός γυμνασίου και ενός λυκείου, καταγράφηκαν οι πωλήσεις ατομικών συσκευασιών του ίδιου τύπου χυμού, ως προς τη γεύση, πορτοκάλι ή ροδάκινο. Συνολικά καταγράφηκαν οι πωλήσεις 360 συσκευασιών. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα συνάφειας:

		Προτίμηση σε γεύση χυμού		
		Πορτοκάλι	Ροδάκινο	Σύνολο
Σχολεία	Γυμνάσιο	120	80	
	Λύκειο	60	100	
	Σύνολο			

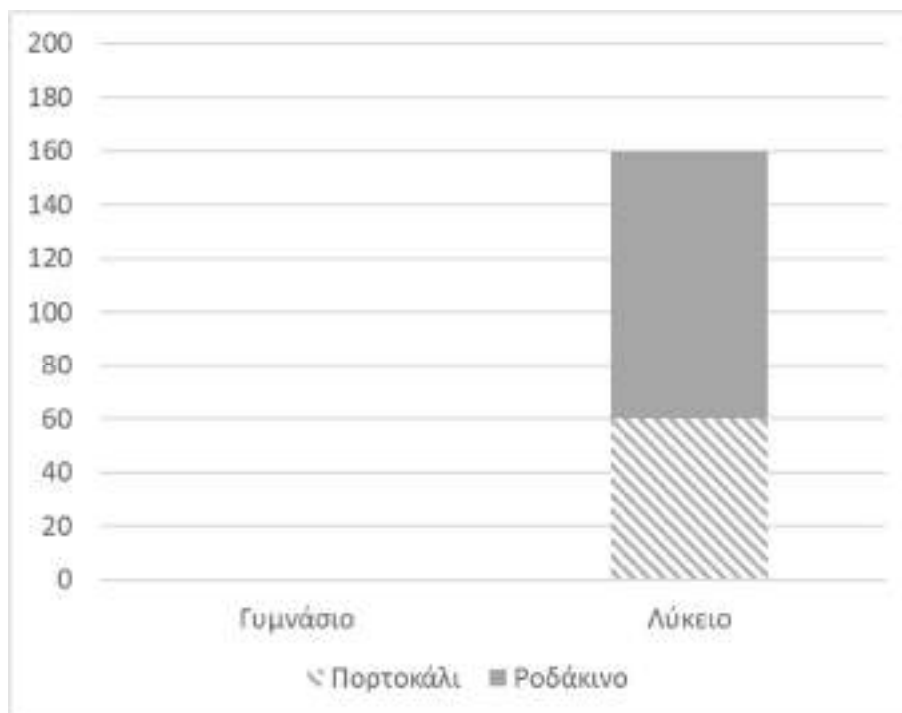
α) Να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα συνάφειας.

(Μονάδες 15)

β) Να συμπληρώσετε το παρακάτω στοιβαγμένο ραβδόγραμμα, με τη βοήθεια του

παραπάνω πίνακα.

(Μονάδες 10)



ΘΕΜΑ 2

Μια αθλητική ομοσπονδία ποδοσφαίρου κατέγραψε πόσοι από τους 250 παίκτες των ομάδων της τραυματίστηκαν με αποτέλεσμα να χάσουν κάποιο αγώνα ή όχι, σε σχέση με τη θέση που παίζουν (αμυντικός – μέσος – επιθετικός), κατά τη διάρκεια του πρωταθλήματος 2022-23. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα συνάφειας:

		Απουσία λόγω τραυματισμού ή όχι		
		Απουσία από αγώνα λόγω τραυματισμού	Δεν απουσίασαν από αγώνα λόγω τραυματισμού	Σύνολο
Θέση	Αμυντικός	10	40	
	Μέσος	70	60	
	Επιθετικός	30	40	
	Σύνολο			

α) Σύμφωνα με τον πίνακα συνάφειας:

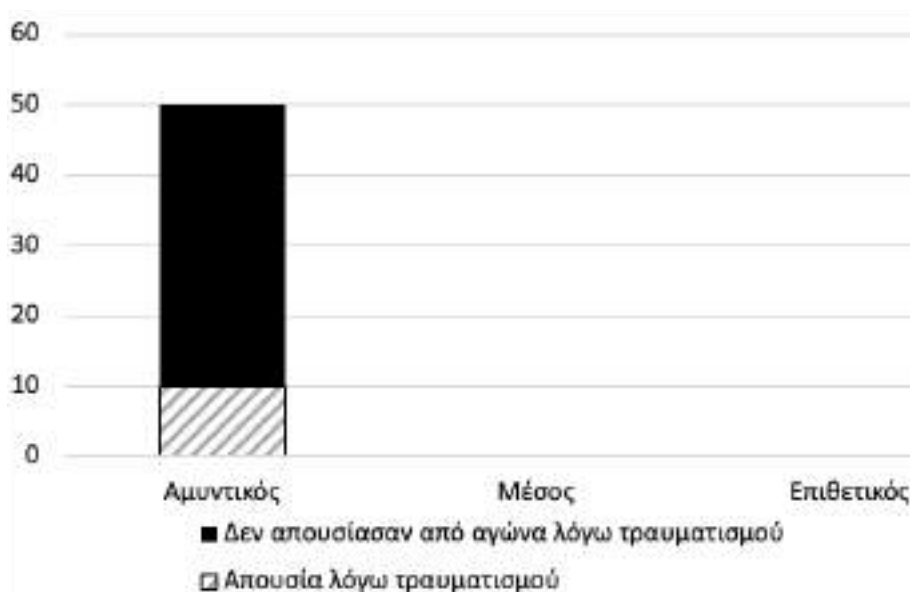
- Πόσοι αμυντικοί απουσίασαν από αγώνα λόγω τραυματισμού;
- Πόσοι είναι οι αμυντικοί που καταγράφονται σε αυτόν;
- Τι ποσοστό των αμυντικών απουσίασαν από αγώνα λόγω τραυματισμού;

(Μονάδες 12)

β) Να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα συνάφειας.

(Μονάδες 7)

γ) Να μεταφέρετε στην κόλλα σας το παρακάτω ημιτελές στοιβαγμένο ραβδόγραμμα συχνοτήτων, θέσης και απουσίας από αγώνα λόγω τραυματισμού ή όχι. Να συμπληρώσετε, σε αυτό, τις δύο ράβδους που λείπουν (μέσων και επιθετικών) με τα δεδομένα του παραπάνω πίνακα συνάφειας.



(Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ 2

Για τις ανάγκες μιας έρευνας, ρωτήθηκαν παιδιά για το κατοικίδιο που προτιμούν. Οι απαντήσεις τους φαίνονται στον παρακάτω πίνακα συνάφειας, ως προς το φύλο τους.

		Προτίμηση σε κατοικίδιο		
		Γάτα	Σκύλος	Σύνολο
Φύλο	Κορίτσι	30	60	
	Αγόρι	25	50	
	Σύνολο			

α) Να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα συνάφειας.

(Μονάδες 10)

β) Σύμφωνα με τον παραπάνω πίνακα συνάφειας:

i. Πόσα παιδιά απάντησαν στην ερώτηση της έρευνας; (Μονάδες 4)

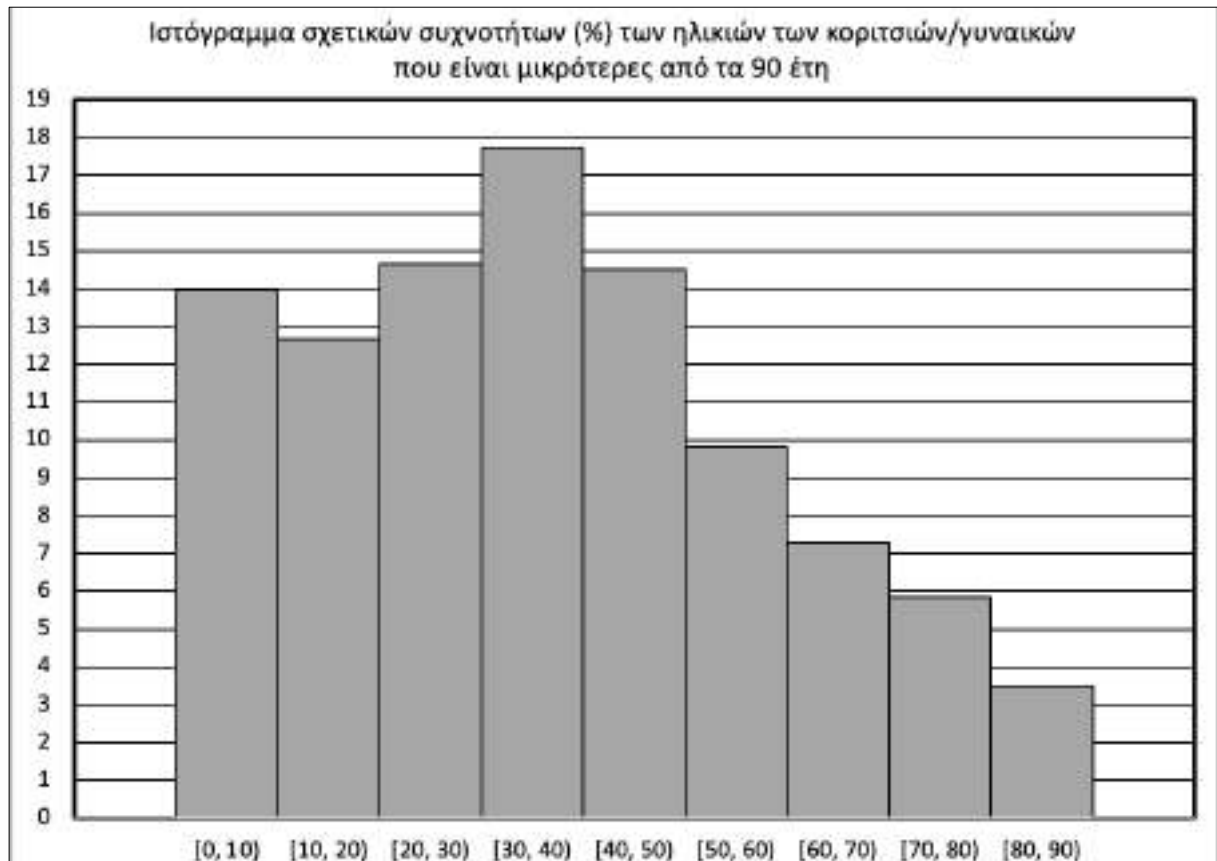
ii. Πόσα από τα παιδιά που απάντησαν ήταν κορίτσια; (Μονάδες 4)

iii. Πόσα από τα παιδιά απάντησαν ότι προτιμούν σκύλο; (Μονάδες 4)

iv. Τι μέρος των παιδιών που απάντησαν ότι προτιμούν σκύλο ήταν κορίτσια; Να το γράψετε ως κλάσμα. (Μονάδες 3)

ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων (%) παρουσιάζονται ομαδοποιημένες σε κλάσεις οι ηλικίες, σε έτη, ενός αντιπροσωπευτικού δείγματος 10.000 κοριτσιών ή γυναικών που είναι μικρότερες από τα 90 έτη, μιας γεωγραφικής περιοχής της Ελλάδας. Όλα τα κορίτσια και οι γυναίκες της γεωγραφικής περιοχής ήταν περίπου 1 εκατομμύριο.



Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της έρευνας:

α) Ποια ήταν η κλάση με τις λιγότερες παρατηρήσεις; (Μονάδες 5)

β) Το ορθογώνιο που αντιστοιχεί στην κλάση $[10, 20)$ έχει ύψος λίγο μικρότερο από 13.

Πώς το ερμηνεύετε; (Μονάδες 5)

γ) Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ) κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις.

i. Το δείγμα της έρευνας είχε πλήθος περίπου 1 εκατομμύριο.

ii. Η κλάση των κοριτσιών/γυναικών με τις μικρότερες ηλικίες, σε έτη, είναι η $[80, 90)$.

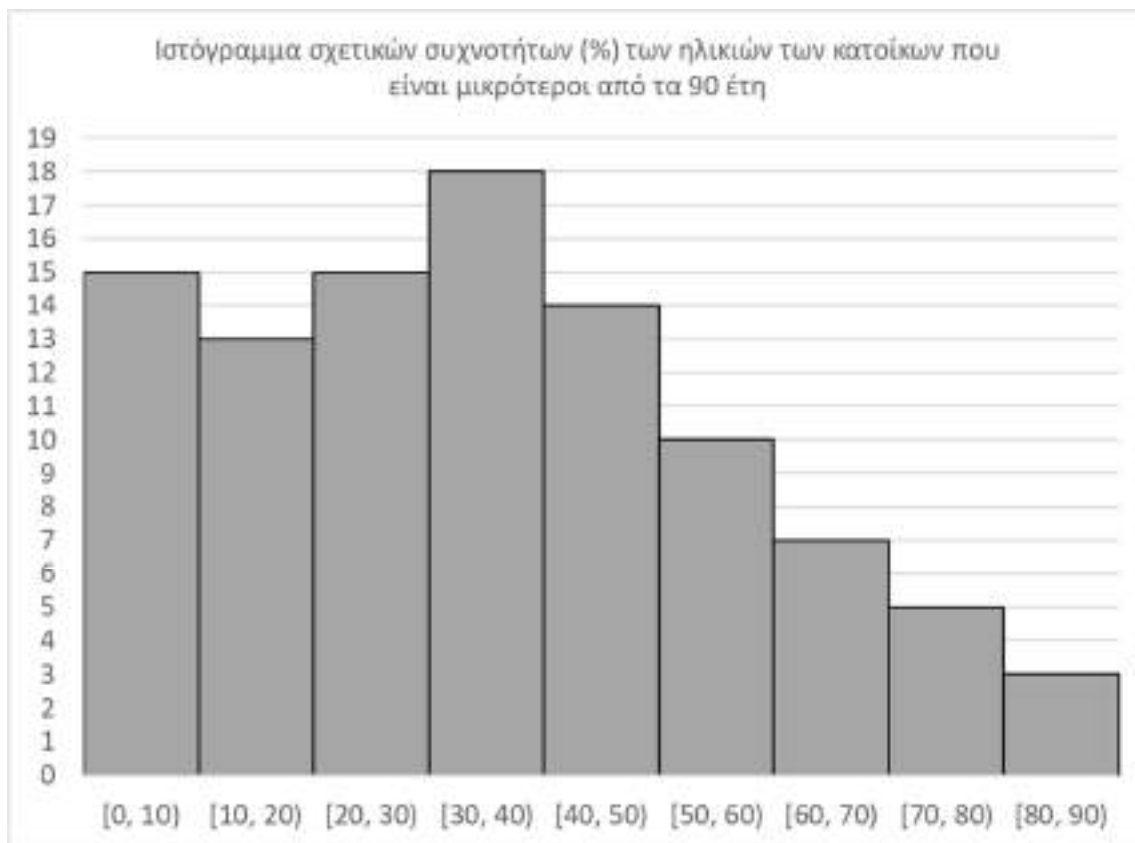
iii. Οι κάτοικοι (άνδρες και γυναίκες) της γεωγραφικής περιοχής, με ηλικία, σε έτη, που ανήκει στην κλάση $[30, 40)$ είναι λίγο λιγότεροι από το 18%, όλου του πληθυσμού της περιοχής.

iv. Υπάρχει κλάση που να αντιστοιχεί στο 10%, περίπου, των παρατηρήσεων του δείγματος.

v. Λίγο περισσότερο από το 3% του δείγματος της έρευνας είχαν ηλικία, σε έτη, μεγαλύτερη ή ίση με 80 και μικρότερη από 90. (Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων (%) παρουσιάζονται οι ηλικίες όλων των κατοίκων μιας περιοχής της Ελλάδας, που είναι μικρότεροι/-ες από τα 90 έτη ομαδοποιημένες σε κλάσεις.



Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της έρευνας:

α) Ποια ήταν η κλάση με τις περισσότερες παρατηρήσεις; (Μονάδες 4)

β) Οι κλάσεις $[0, 10)$ και $[20, 30)$ έχουν το ίδιο ύψος. Πώς το ερμηνεύετε;

(Μονάδες 5)

γ) Οι παρακάτω προτάσεις είναι λανθασμένες. Να εξηγήσετε γιατί.

i. Η κλάση με τις λιγότερες παρατηρήσεις είναι η $[0, 10)$.

ii. Η κλάση με τις μικρότερες ηλικίες είναι η $[80, 90)$.

iii. Δεν υπάρχει κλάση που να αντιστοιχεί στο 10% των παρατηρήσεων.

iv. Το 18% των κατοίκων της παραπάνω περιοχής ήταν μικρότεροι/-ες από τα 40 έτη.

(Μονάδες 16)

ΘΕΜΑ 2

Έγινε μια έρευνα με στόχο να μελετηθούν συγκεκριμένα χαρακτηριστικά των 33.495 ατόμων με ηλικίες από τα 40 έως τα 49 έτη, μιας συγκεκριμένης περιφέρειας της Ελλάδας. Η εταιρεία που έκανε την έρευνα, δεν ήταν δυνατόν να συλλέξει στοιχεία από όλους τους/τις κατοίκους της συγκεκριμένης περιφέρειας ηλικίας 40 έως 49. Έτσι, συνέλεξε στοιχεία από ένα δείγμα 1.000 από αυτά τα 33.495 άτομα, αντιπροσωπευτικό των 33.495 ατόμων.

Τα χαρακτηριστικά που μελέτησε η έρευνα ήταν:

- Η ηλικία τους (σε έτη),
- αν εργάζονταν (ναι ή όχι),
- ο πιο πρόσφατος τίτλος σπουδών που είχαν (απολυτήριο γυμνασίου, λυκείου, κτλ.),
- το επάγγελμά τους (αν εργάζονταν),
- πόσα έτη είχαν εργαστεί στο παρελθόν,
- ο χρόνος που έκαναν για να φτάσουν στην εργασία τους, σε λεπτά (αν εργάζονταν),
- η οικογενειακή τους κατάσταση (άγαμοι-άγαμες, έγγαμοι-έγγαμες, κτλ.).

Ανάμεσα στα ευρήματα της έρευνας καταγράφηκαν τα εξής:

- Η επικρατούσα τιμή, όσο αφορά την ηλικία τους ήταν τα 46 έτη.
- Οι έγγαμοι-έγγαμες ήταν 623.
- Στην ερώτηση αν εργάζονταν, όλοι/-ες απάντησαν με «ναι» ή «όχι». Το 8% απάντησαν «όχι».

α) Ποιο ήταν το μέγεθος του πληθυσμού της έρευνας και ποιο του δείγματος που επέλεξε η εταιρεία; (Μονάδες 6)

β) Ποια από τα χαρακτηριστικά που μελέτησε η έρευνα ήταν ποσοτικά και ποια ποιοτικά; (Μονάδες 7)

γ) Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ) κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις.

i. Η ηλικία, σε έτη, στην οποία βρίσκονται περισσότερα άτομα του δείγματος από όλες τις άλλες ηλικίες ήταν 46.

ii. Από τα ευρήματα στο δείγμα μπορούμε να συμπεράνουμε με ασφάλεια ότι η επικρατούσα τιμή της ηλικίας, σε έτη, όλων των κατοίκων της περιφέρειας ήταν 46.

iii. Το 92% των ατόμων που συμμετείχαν στην έρευνα απάντησαν ότι εργάζονταν.

iv. Έχουμε ενδείξεις ότι, από όλους/-ες τους/τις κατοίκους της περιφέρειας με ηλικίες από τα 40 έως τα 49 έτη, οι περισσότεροι/-ες ήταν έγγαμοι-έγγαμες. (Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 2

Κάναμε μια έρευνα με στόχο να μελετηθούν συγκεκριμένα χαρακτηριστικά των ατόμων με ηλικίες 10 έως 19 ετών, μιας περιφέρειας της Ελλάδας, τα οποία ήταν 57.579, συνολικά.

Τα χαρακτηριστικά που μελετήθηκαν ήταν:

- το ύψος τους, σε εκατοστά,
- η ηλικία τους, σε έτη,
- η αγαπημένη τους αθλητική δραστηριότητα,
- η ημέρα γέννησής τους (Δευτέρα, Τρίτη, κτλ.).

Επιλέξαμε, αντιπροσωπευτικά, 1.000 άτομα από αυτά και υπολογίσαμε τη μέση τιμή της ηλικίας τους, σε έτη, η οποία ήταν 16,5 και τη μέση τιμή του ύψους τους, σε εκατοστά, η οποία ήταν 155.

α) Ποιο είναι το μέγεθος του πληθυσμού της έρευνας και ποιο του δείγματος που επιλέξαμε;

(Μονάδες 5)

β) Ποια από τα χαρακτηριστικά που μελέτησε η έρευνα ήταν ποσοτικά και ποια ποιοτικά;

(Μονάδες 8)

γ) Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ) κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις.

- i. Η μέση τιμή της ηλικίας, σε έτη, των ατόμων του δείγματος ήταν 16,5.
- ii. Η μέση τιμή της ηλικίας, σε έτη, όλων των κατοίκων της περιφέρειας ήταν 16,5.
- iii. Η μέση τιμή και η διάμεσος της ηλικίας, σε έτη, των ατόμων του δείγματος ήταν 16,5.
- iv. Έχουμε ενδείξεις ότι η μέση τιμή του ύψους, σε εκατοστά, όλων των ατόμων της περιφέρειας με ηλικίες, σε έτη, 10 έως 19 ήταν 155 περίπου.

(Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 2

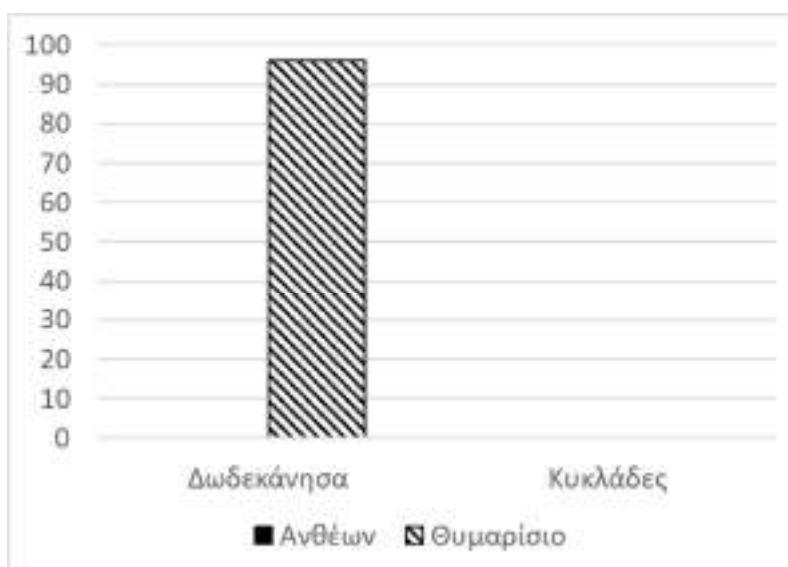
Έγινε μια έρευνα σε παραγωγούς μελιού, στα Δωδεκάνησα και στις Κυκλάδες, ως προς το είδος μελιού που παρήγαγαν το προηγούμενο έτος (ανθέων – θυμαρίσιο). Τα αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα συνάφειας σχετικών συχνοτήτων, ως προς την περιοχή παραγωγής μελιού (η παραγωγή μετρήθηκε σε βάρος).

		Παραγωγή μελιού ως προς το είδος		
		Ανθέων	Θυμαρίσιο	Σύνολο
Περιοχές	Δωδεκάνησα	4 %	96 %	100 %
	Κυκλάδες	16 %	84 %	100 %
	Σύνολο			

α) Ποιο ήταν το ποσοστό της παραγωγής μελιού ανθέων των συγκεκριμένων παραγωγών της έρευνας, ανά περιοχή; (Μονάδες 6)

β) Ποια ήταν τα ποσοστά ανά είδος μελιού στα Δωδεκάνησα, για τους παραγωγούς της έρευνας; (Μονάδες 7)

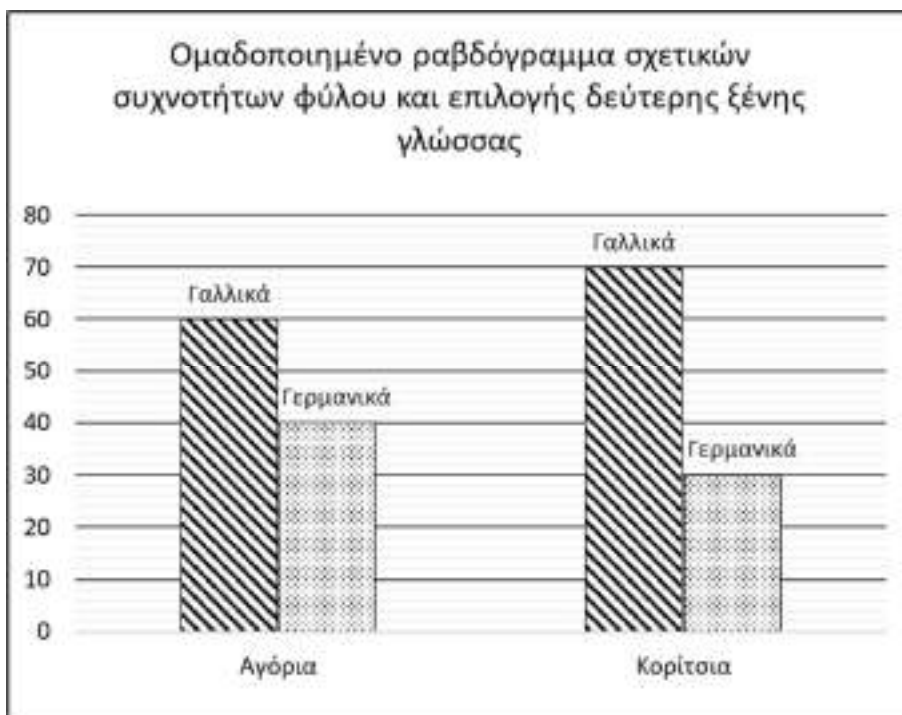
γ) Στο ομαδοποιημένο ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων, ως προς την περιοχή παραγωγής μελιού, το οποίο αντιστοιχεί στον παραπάνω πίνακα συνάφειας φαίνεται μόνο η μία ράβδος. Να γράψετε σε τι αντιστοιχεί η ράβδος αυτή και να συμπληρώσετε το ομαδοποιημένο ραβδόγραμμα με τις τρεις ράβδους που λείπουν, αφού το μεταφέρετε στην κόλλα σας.



(Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 2

Οι μαθητές και οι μαθήτριες της Α΄ τάξης ενός γυμνασίου διδάσκονται Αγγλικά ως πρώτη ξένη γλώσσα, ενώ ως δεύτερη ξένη γλώσσα επιλέγουν είτε τα Γαλλικά, είτε τα Γερμανικά. Στο παρακάτω ομαδοποιημένο ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων φαίνεται το ποσοστό των παιδιών της Α΄ τάξης που έχουν επιλέξει ως δεύτερη ξένη γλώσσα τα Γαλλικά ή τα Γερμανικά, ως προς το φύλο.



α) Ποιο είναι το ποσοστό των αγοριών που έχουν επιλέξει τα Γαλλικά;

(Μονάδες 5)

β) Ποιο είναι το ποσοστό των κοριτσιών που έχουν επιλέξει τα Γαλλικά;

(Μονάδες 5)

γ) Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ) κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις.

- Τα αγόρια της Α΄ τάξης που έχουν επιλέξει τα Γαλλικά είναι λιγότερα από τα αγόρια της Α΄ τάξης που έχουν επιλέξει τα Γερμανικά.
- Τα κορίτσια της Α΄ τάξης που έχουν επιλέξει τα Γαλλικά είναι περισσότερα από τα κορίτσια της Α΄ τάξης που έχουν επιλέξει τα Γερμανικά.
- Τα παιδιά της Α΄ τάξης που έχουν επιλέξει τα Γαλλικά είναι περισσότερα από τα παιδιά της Α΄ τάξης που έχουν επιλέξει τα Γερμανικά.

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 2

Δίνονται τα παρακάτω σύνολα παρατηρήσεων:

A: 4, 6, 4, 5, 7, 2, 4, 8, 11, 6

B: 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6

α) Για το σύνολο A, να υπολογίσετε:

- i. το εύρος,
- ii. τη μέση τιμή $\bar{x}$,
- iii. τη διάμεσο δ .

(Μονάδες 15)

β) Να συγκρίνετε τα σύνολα A και B, ως προς το εύρος και τη μέση τιμή.

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 2

Σε ένα πορθμείο της Αττικής μετακινούνται μοτοσυκλέτες και αυτοκίνητα. Οι διελεύσεις οχημάτων της τελευταίας εβδομάδας καταγράφονται στον παρακάτω πίνακα συνάφειας.

		Είδος οχήματος		
		Μοτοσυκλέτες	Αυτοκίνητα	Σύνολο
Λόγος μετακίνησης	Δουλειά	75 %	45 %	
	Ψυχαγωγία	25 %	55 %	
	Σύνολο	100 %	100 %	

Σύμφωνα με τον παραπάνω πίνακα συνάφειας:

- Οι περισσότερες διελεύσεις με μοτοσυκλέτα έγιναν για δουλειά ή για ψυχαγωγία, την προηγούμενη εβδομάδα; (Μονάδες 6)
- Τι ποσοστό των αυτοκινήτων που μετακινήθηκαν μέσω του πορθμείου είχαν ως λόγο μετακίνησης την ψυχαγωγία; (Μονάδες 6)
- Να μεταφέρετε στην κόλλα σας το παρακάτω σχήμα, στο οποίο να σχεδιάσετε το ομαδοποιημένο ραβδόγραμμα, ως προς το είδος οχήματος χρησιμοποιώντας τα ποσοστά του παραπάνω πίνακα.



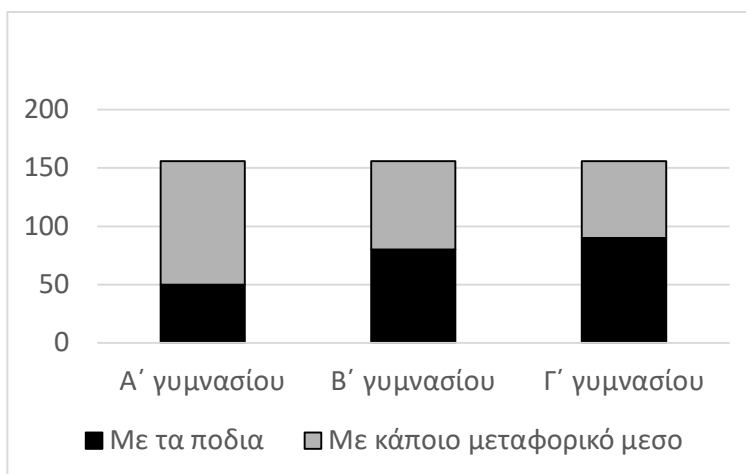
(Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2

Σε ένα γυμνάσιο στο κέντρο της Αθήνας, για μια έρευνα, όλα τα παιδιά κάθε τάξης απάντησαν στο εξής:

«Πώς έρχεστε συνήθως το πρωί στο σχολείο; Με τα πόδια ή με κάποιο μεταφορικό μέσο;»

Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο παρακάτω στοιβαγμένο ραβδόγραμμα.



Δίνεται ότι κάθε τάξη έχει 156 παιδιά.

α) Σε ποια από τις τρεις τάξεις του γυμνασίου απάντησαν τα λιγότερα παιδιά ότι έρχονται στο σχολείο με τα πόδια; (Μονάδες 9)

β) Δίνεται επιπλέον ότι τα παιδιά της Β' τάξης που απάντησαν «με τα πόδια» ήταν 80, ενώ τα παιδιά της Γ' τάξης που έδωσαν την ίδια απάντηση ήταν 90:

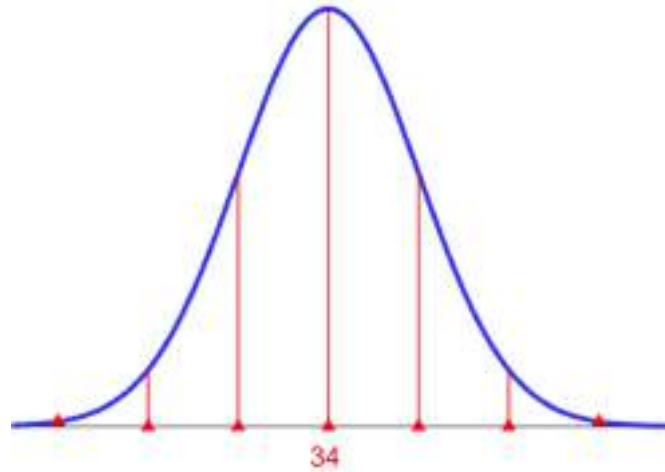
i. Να μεταφέρετε και να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα στην κόλλα σας.

	Β' τάξη	Γ' τάξη
Παιδιά που απάντησαν ότι έρχονται στο σχολείο με τα πόδια		
Παιδιά που απάντησαν ότι έρχονται στο σχολείο με κάποιο μεταφορικό μέσο		

ii. Επιλέγουμε τυχαία ένα παιδί που φοιτά στη Β' τάξη του σχολείου. Ποια είναι η πιθανότητα να απάντησε ότι έρχεται στο σχολείο με μεταφορικό μέσο; (Μονάδες 16)

ΘΕΜΑ 2

Η Χριστίνα κάθε απόγευμα περπατάει 3 χιλιόμετρα. Θεωρούμε ότι ο χρόνος, σε *min* (λεπτά), στον οποίο περπατάει τα 3 χιλιόμετρα ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή $\mu = 34$ και τυπική απόκλιση $\sigma = 1$, όπως φαίνεται στο σχήμα.



α) Να υπολογίσετε τους αριθμούς $\mu - \sigma$, $\mu + \sigma$, $\mu - 2\sigma$ και $\mu + 2\sigma$. (Μονάδες 4)

β) Επιλέγουμε τυχαία μια διαδρομή 3 χιλιομέτρων της Χριστίνας. Να υπολογίσετε την πιθανότητα, ο χρόνος της για αυτή τη διαδρομή:

i. να ήταν μεγαλύτερος από 34 *min*, (Μονάδες 7)

ii. να ανήκει στο διάστημα (33, 35), (Μονάδες 7)

iii. να ανήκει στο διάστημα (32, 36). (Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 2

Μια εταιρεία λιανικής πώλησης αθλητικών ειδών κατέγραψε το περασμένο έτος τις πωλήσεις των προϊόντων της: παπούτσια , ρούχα, αξεσουάρ, ανά κατηγορία: ανδρικά, γυναικεία, παιδικά. Τα αποτελέσματα παρουσιάστηκαν με το παρακάτω ομαδοποιημένο ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων, κατηγορίας και προϊόντων ως προς το σύνολο των παρατηρήσεων του δείγματος.

- α) Από τα ανδρικά προϊόντα, σε ποιο καταγράφηκαν οι περισσότερες πωλήσεις;
- β) Ποιο είναι το συνολικό ποσοστό των ανδρικών προϊόντων στο δείγμα;
- γ) Ποιο είναι το συνολικό ποσοστό των ρούχων στο δείγμα;
- δ) Σε ποιο από τα προϊόντα (παπούτσια , ρούχα ή αξεσουάρ), καταγράφηκαν συνολικά οι λιγότερες πωλήσεις;
- ε) Σε ποια κατηγορία (ανδρικά γυναικεία ή παιδικά), καταγράφηκαν συνολικά οι περισσότερες πωλήσεις;

(Μονάδες 25)

