

ΘΕΜΑ 3

Δίνονται τα σημεία $A(1,3)$, $B(-2,2)$ και η ευθεία $\varepsilon: 3x + y + \alpha = 0$ με $\alpha \in \mathbb{R}$.

α) Να βρεθεί η απόσταση του σημείου A από το σημείο B .

(Μονάδες 5)

β) Για ποιες τιμές του α , η απόσταση AB είναι ίση με την απόσταση του σημείου A από την ευθεία ε .

(Μονάδες 8)

γ) Για $\alpha = 4$ να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$, όπου Γ το σημείο τομής της ευθείας ε με τον άξονα $y'y$.

(Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 3

Θεωρούμε τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ με $|\vec{\alpha}| = 2$, $|\vec{\beta}| = 4$, $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{3}$ και τα διανύσματα

$$\vec{\gamma} = \vec{\alpha} - \vec{\beta} \text{ και } \vec{\delta} = 2\vec{\alpha} + \vec{\beta}.$$

α) Να βρείτε το $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$.

(Μονάδες 5)

β) Να βρείτε το $\vec{\gamma} \cdot \vec{\delta}$.

(Μονάδες 7)

γ) Να βρείτε τα $|\vec{\gamma}|, |\vec{\delta}|$

(Μονάδες 8)

δ) Να βρείτε τη γωνία $(\vec{\gamma}, \vec{\delta})$.

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 3

Δίνεται η υπερβολή με εξίσωση της μορφής $(C): \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, εστιακή απόσταση $EE' = 2\sqrt{7}$

και εκκεντρότητα $e = \frac{\sqrt{7}}{2}$.

α) Να αποδείξετε ότι $a=2, b=\sqrt{3}$.

(Μονάδες 8)

β) i) Να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών A, A' της υπερβολής (C).

ii) Να βρείτε τις εξισώσεις των ασύμπτωτων ευθειών της υπερβολής (C).

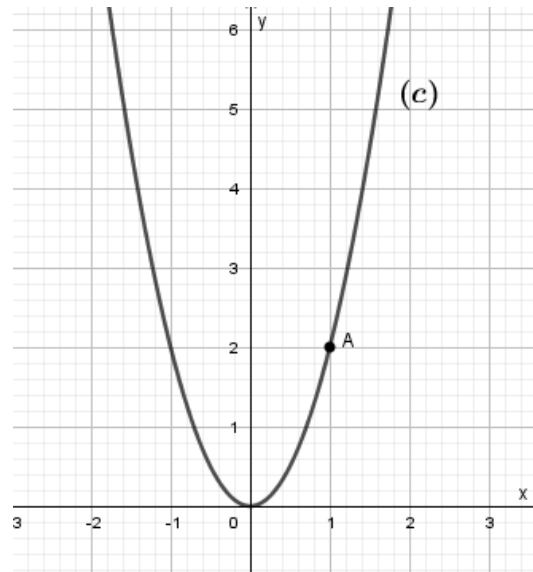
(Μονάδες 8)

γ) Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων την υπερβολή (C), τις ασύμπτωτές της, τις εστίες της και τις κορυφές της.

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 3

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση μιας παραβολής (c), που έχει κορυφή την αρχή των αξόνων, άξονα συμμετρίας τον $y'y$ και διέρχεται από το σημείο $A(1,2)$.



α) Να βρείτε την εξίσωση, την εστία και την διευθετούσα της παραβολής.

(Μονάδες 06)

β) Να βρείτε το συμμετρικό του σημείου A ως προς τον άξονα της παραβολής.

(Μονάδες 04)

γ)

i. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης (ε) της παραβολής στο σημείο $A'(-1,2)$.

(Μονάδες 08)

ii. Να βρείτε το σημείο τομής της (ε) με τον άξονα $y'y$ και στη συνέχεια να την σχεδιάσετε.

(Μονάδες 07)

ΘΕΜΑ 3

Δίνεται η εξίσωση $(\mu + 1)x + (\mu + 2)y = 0$, $\mu \in \mathbb{R}$ (1).

α)

- i. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία για κάθε $\mu \in \mathbb{R}$.

(Μονάδες 08)

- ii. Να αποδείξετε ότι όλες οι ευθείες που ορίζονται από την εξίσωση (1) διέρχονται από την αρχή των αξόνων.

(Μονάδες 02)

β)

- i. Πότε η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία που έχει συντελεστή διεύθυνσης 0; Ποια είναι η εξίσωσή της;

(Μονάδες 03)

- ii. Πότε η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία για την οποία δεν ορίζεται συντελεστής διεύθυνσης; Ποια είναι η εξίσωσή της;

(Μονάδες 03)

γ) Να βρείτε για ποια τιμή του πραγματικού αριθμού μ , προκύπτει ευθεία η οποία σχηματίζει γωνία 45° με τον άξονα $x'x$. Ποια είναι η εξίσωσή της;

(Μονάδες 09)