

ΘΕΜΑ 3

Στο τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ του σχήματος ισχύει ότι $A\Delta = B\Gamma$ και τα σημεία E, Z, H και Θ είναι τα μέσα των ευθύγραμμων τμημάτων $AB, A\Gamma, \Gamma\Delta$ και $B\Delta$ αντίστοιχα.

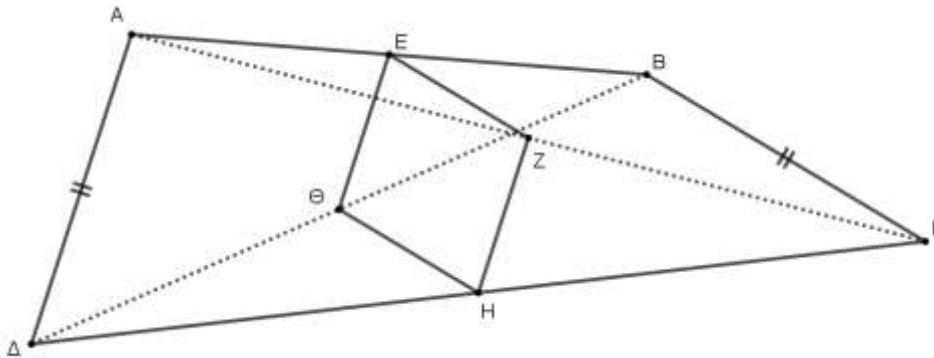
Να δείξετε ότι:

α. $EZ // H\Theta$

Μονάδες 15

β. Το τετράπλευρο $EZH\Theta$ είναι ρόμβος.

Μονάδες 10



ΘΕΜΑ 3

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και η διάμεσος του AM . Στην προέκταση της $A\Gamma$ προς το Γ παίρνουμε τμήμα $\Gamma\Delta = A\Gamma$. Από το Δ φέρνουμε παράλληλη προς την AM που τέμνει την προέκταση της $B\Gamma$ στο E . Να αποδείξετε ότι:

α) $M\Gamma = \Gamma E$. (Μονάδες 9)

β) Το τετράπλευρο $AM\Delta E$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 7)

γ) $\widehat{B} + \widehat{B\hat{A}M} = \widehat{\Gamma\hat{E}\Delta}$. (Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 3

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A}=90^\circ$) και M το μέσο της υποτείνουσας του $B\Gamma$.

Από το M φέρουμε $M\Delta \perp AB$ και προεκτείνουμε κατά ίσο τμήμα ΔZ .

α) Να αποδείξετε ότι:

- i. Το τρίγωνο MBZ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 8)
- ii. Το τετράπλευρο $AMBZ$ είναι ρόμβος. (Μονάδες 9)

β) Αν το αρχικό τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές, τι είδους τετράπλευρο είναι το $AMBZ$; Δικαιολογήστε την απάντησή σας. (Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 3

Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) παίρνουμε στην πλευρά AB σημείο Δ , ώστε $\Delta B = 2\Delta\Delta$, και στην πλευρά $A\Gamma$ σημείο E , ώστε $E\Gamma = 2AE$. Το M είναι το μέσο της πλευράς $B\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. Τα τμήματα ΔB και $E\Gamma$ είναι ίσα. (Μονάδες 6)

ii. Το τρίγωνο $M\Delta E$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 6)

β) Αν P το σημείο τομής των τμημάτων BE και $\Gamma\Delta$ να δείξετε ότι:

i. Οι γωνίες $\widehat{B\Gamma E}$ και $\widehat{B\Gamma\Delta}$ είναι ίσες. (Μονάδες 6)

ii. Το τμήμα PM διχοτομεί τη γωνία $B\hat{P}\Gamma$. (Μονάδες 7)

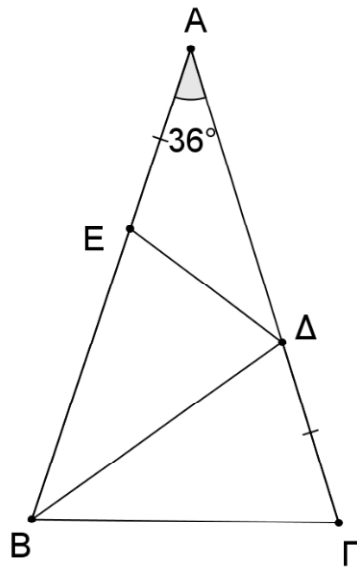
ΘΕΜΑ 3

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και $\hat{A} = 36^\circ$. Έστω $B\Delta$ η διχοτόμος της γωνίας $\hat{B}$ και E σημείο της πλευράς AB ώστε $AE = \Gamma\Delta$.

α) Να αποδείξετε ότι $A\Delta = B\Delta$. (Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $B\Delta E$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 7)

γ) Η παράλληλη από το B προς την $A\Gamma$ τέμνει την προέκταση της DE (προς το E) στο σημείο Z . Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $B\Delta Z$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 10)



ΘΕΜΑ 3

Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB \parallel \Gamma\Delta$) με $AB > \Gamma\Delta$. Κατασκευάζουμε εξωτερικά του τραpezίου $AB\Gamma\Delta$ ισοσκελές τρίγωνο ABE με βάση AB . Αν M είναι το μέσο της βάσης $\Gamma\Delta$, να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα $AE\Delta$ και $BE\Gamma$ είναι ίσα.

(Μονάδες 11)

β) Η διάμεσος EM του τριγώνου $E\Delta\Gamma$ είναι διχοτόμος της γωνίας $A\hat{E}B$.

(Μονάδες 14)

ΘΕΜΑ 3

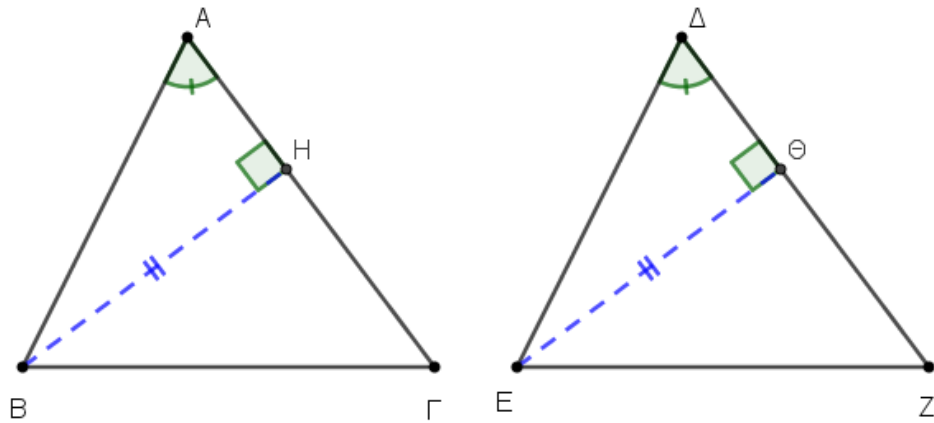
Δίνονται δύο οξυγώνια τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ με $\hat{A} = \hat{\Delta}$, $\hat{B}\hat{\Gamma} = \hat{\Delta}\hat{E}Z$. Αν τα ύψη τους BH και $E\Theta$ είναι ίσα τότε να αποδείξετε ότι:

α) $AB = \Delta E$.

(Μονάδες 13)

β) Τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ είναι ίσα .

(Μονάδες 12)



ΘΕΜΑ 3

Δίνονται δυο κύκλοι (K, ρ_1) και (Λ, ρ_2) που εφάπτονται εξωτερικά σε σημείο A . Μια ευθεία (ε) εφάπτεται εξωτερικά στους δυο κύκλους σε σημεία B και Γ αντίστοιχα. Αν η εσωτερική εφαπτομένη των κύκλων στο σημείο επαφής τους A τέμνει την ευθεία (ε) σε σημείο M , να αποδείξετε ότι:

α) τα σημεία A , B και Γ ανήκουν σε κύκλο του οποίου να προσδιορίσετε το κέντρο και την ακτίνα. (Μονάδες 12)

β) ο κύκλος που διέρχεται από τα σημεία A , B και Γ εφάπτεται στη διάκεντρο $K\Lambda$ των κύκλων (K, ρ_1) και (Λ, ρ_2) . (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 3

Στο παρακάτω σχήμα έχουμε το χάρτη μίας περιοχής όπου είναι κρυμμένος ένας θησαυρός. Οι ημιευθείες Ax και Ay παριστάνουν δύο ποτάμια και στα σημεία B και Γ βρίσκονται δύο πλατάνια. Ο πλάτανος που βρίσκεται στο σημείο B έχει μικρότερη απόσταση από το σημείο A , σε σχέση με την απόσταση που έχει από το σημείο A ο πλάτανος που βρίσκεται στο σημείο Γ .

Να προσδιορίσετε γεωμετρικά τις δυνατές θέσεις του θησαυρού, αν είναι γνωστό ότι:

α) ο θησαυρός ισαπέχει από τα δύο πλατάνια. (Μονάδες 9)

β) ο θησαυρός ισαπέχει από τα δύο ποτάμια. (Μονάδες 9)

γ) ο θησαυρός ισαπέχει από τα δύο πλατάνια και ισαπέχει και από τα δύο ποτάμια.

(Μονάδες 7)

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας σε κάθε περίπτωση.

