

ΘΕΜΑ 1

A. Σε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις να επιλέξετε Σωστό (Σ), αν η πρόταση που διατυπώνεται είναι σωστή και Λάθος (Λ), αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς $\alpha, \beta \geq 0$ ισχύει ότι $\sqrt{\alpha + \beta} = \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$.

β) Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύει ότι $|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$.

γ) Κάθε ευθεία η οποία έχει θετική κλίση, σχηματίζει με τον άξονα x' χοξεία γωνία.

δ) Η εξίσωση $x^3 = -8$ είναι αδύνατη στους πραγματικούς αριθμούς.

ε) Αν είναι $\alpha\beta > 1$, τότε θα ισχύει αναγκαστικά $\alpha > 1$ και $\beta > 1$.

(Μονάδες 15)

B. Δίνεται η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0, \alpha \neq 0$. Αν έχει δύο πραγματικές ρίζες x_1, x_2 , τότε να

αποδείξετε ότι το άθροισμά τους είναι ίσο με $x_1 + x_2 = \frac{-\beta}{\alpha}$.

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 1

α) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

i. Τα σημεία $A(x, y)$ και $B(-x, y)$ είναι για κάθε τιμή των x, y συμμετρικά ως προς τον άξονα xx' .

ii. Η εξίσωση $x^v = \alpha$ με $\alpha < 0$ και v περιττό, έχει ακριβώς μία λύση την $-\sqrt[v]{|\alpha|}$.

iii. Για οποιουδήποτε πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύει $|\alpha| + |\beta| = |\alpha + \beta|$.

iv. Η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ με $\alpha \neq 0$ έχει πραγματικές ρίζες αν και μόνο αν $\beta^2 - 4\alpha\gamma \geq 0$.

v. Για κάθε γεωμετρική πρόοδο (α_n) με λόγο $\lambda = 1$, το άθροισμα των n πρώτων όρων της δίνεται από τον τύπο $S_n = n \cdot \alpha_1$.

(Μονάδες 10)

β) Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$ να δείξετε ότι $P = x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$.

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 1

α) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση Σ (Σωστό), αν η πρόταση είναι αληθής ή Λ (Λάθος), αν η πρόταση είναι ψευδής.

i. Για οποιουδήποτε πραγματικούς αριθμούς $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ισχύει η πρόταση:

Αν $\alpha < \beta$ και $\gamma < \delta$, τότε $\alpha \cdot \gamma < \beta \cdot \delta$.

ii. Για κάθε $\theta \in (0, +\infty)$ ισχύει: $|x| < \theta \Leftrightarrow -\theta < x < \theta$.

iii. Η εξίσωση $x^3 = 5$ έχει δύο πραγματικές ρίζες.

iv. Αν ισχύουν $\alpha > 0$ και $\Delta < 0$, όπου Δ η διακρίνουσα του τριωνύμου $\alpha x^2 + \beta x + \gamma$, τότε το τριώνυμο $\alpha x^2 + \beta x + \gamma$ είναι αρνητικό για οποιονδήποτε πραγματικό αριθμό x .

v. Ο παρακάτω πίνακας θα μπορούσε να είναι πίνακας τιμών μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το διάστημα $[0, 4]$.

x	0	1	1	2	4
$y = f(x)$	0	1	-1	2	0,5

(Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι, για οποιουδήποτε πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύει η ανισότητα:

$$|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|.$$

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 1

α) Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως **Σωστή (Σ)** ή **Λανθασμένη (Λ)**, γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στο αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.

- i. Το σημείο $M(x, y)$ με $x > 0$ και $y < 0$ βρίσκεται στο δεύτερο τεταρτημόριο του καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων.
- ii. Αν τρεις μη μηδενικοί αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, τότε ισχύει: $\beta^2 = \alpha \cdot \gamma$.
- iii. Ισχύει $|\alpha| \geq \alpha$, για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$.
- iv. Αν $\alpha > \beta$ και $\gamma > \delta$, τότε: $\alpha - \gamma > \beta - \delta$ για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς $\alpha, \beta, \gamma, \delta$.
- v. Η εξίσωση $\alpha x = \alpha$ έχει μοναδική λύση $x = 1$ για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$.

(Μονάδες 10)

β) Για τους πραγματικούς αριθμούς α, β να αποδείξετε ότι: $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$.

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 1

A1. Στις τέσσερις πρώτες ερωτήσεις να γράψετε στην κόλλα σας το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι σωστή ή το γράμμα Λ αν η πρόταση είναι λάθος, μετά από τον αριθμό της ερώτησης. Στην πέμπτη ερώτηση να γράψετε το γράμμα της σωστής απάντησης μετά από τον αριθμό της ερώτησης.

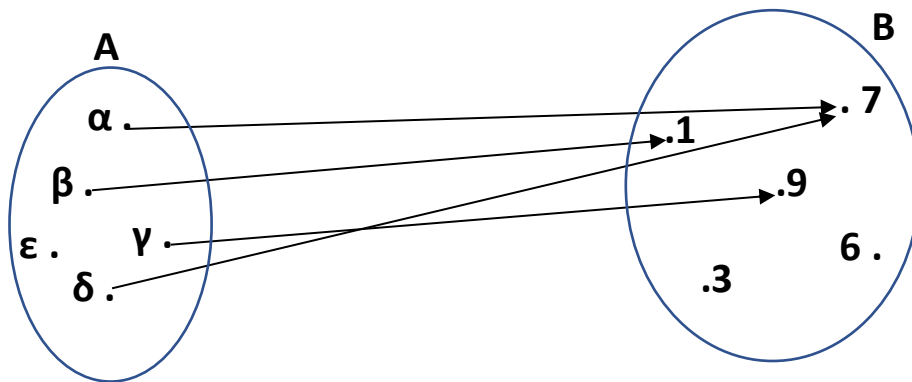
i) Αν $a \leq 0$ και n άρτιος, τότε ισχύει $\sqrt[n]{a^n} = |a|$.

ii) Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f(x)$ μπορεί να τέμνει τον άξονα $y'y$ σε ακριβώς δύο σημεία.

iii) Θεωρούμε την αριθμητική πρόοδο (a_n) με πρώτο όρο a_1 και διαφορά ω . Το άθροισμα S_n των n πρώτων διαδοχικών όρων της (a_n) δίνεται από την σχέση $S_n = \frac{n}{2}[a_1 + (n-1)\omega]$.

iv) Η εξίσωση $a \cdot x + \beta = 0$ είναι αδύνατη ως προς x , όταν $a = 0$ και $\beta \neq 0$

v)



Στο παραπάνω σχήμα δίνεται μια αντιστοιχία στοιχείων ενός συνόλου A σε στοιχεία ενός συνόλου B. Ποιο από τα παρακάτω είναι σωστό;

A) η αντιστοιχία αυτή παριστάνει συνάρτηση από το σύνολο A στο σύνολο B.

B) η αντιστοιχία αυτή δεν παριστάνει συνάρτηση διότι στο 3 και στο 6 δεν αντιστοιχεί κανένα στοιχείο του A.

Γ) η αντιστοιχία αυτή δεν παριστάνει συνάρτηση διότι τα διαφορετικά στοιχεία α και δ του συνόλου A αντιστοιχούν στο ίδιο στοιχείο του συνόλου B, το 7.

Δ) η αντιστοιχία αυτή δεν παριστάνει συνάρτηση διότι το στοιχείο ϵ δεν αντιστοιχεί σε κανένα στοιχείο του B.

(M10)

A2. Έστω x_1, x_2 με $x_1 < x_2$ είναι οι δύο πραγματικές ρίζες του τριωνύμου

$f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma, x \in R$. Να αποδείξετε ότι, αν για την μεταβλητή x ισχύει

$x < x_1$ ή $x > x_2$ τότε τότε το τριώνυμο $f(x)$ γίνεται ομόσημο του a .

(M15)

ΘΕΜΑ 1

α) Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως **Σωστή (Σ)** ή **Λανθασμένη (Λ)**, γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στο αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.

- i. Αν $\alpha + \beta = \gamma + \delta$ τότε $\alpha = \gamma$ και $\beta = \delta$
- ii. Για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$, ισχύει $|-a| = a$.
- iii. Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f έχει το πολύ ένα κοινό σημείο με τον άξονα $y'y$.
- iv. Αν το τριώνυμο $\alpha x^2 + \beta x + \gamma$ διατηρεί σταθερό πρόσημο για κάθε $x \in \mathbb{R}$, τότε $\beta^2 - 4\alpha\gamma > 0$.
- v. Αν οι ευθείες $\varepsilon_1: y = \alpha_1 x + \beta_1$ και $\varepsilon_2: y = \alpha_2 x + \beta_2$ δεν έχουν κανένα κοινό σημείο, τότε $\alpha_1 = \alpha_2$ και $\beta_1 \neq \beta_2$.

(Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι τρεις αριθμοί α, β και γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου αν και μόνο αν $\beta = \frac{\alpha + \gamma}{2}$.

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 1

α) Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως **Σωστή (Σ)** ή **Λανθασμένη (Λ)**, γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.

- i. Η εξίσωση $ax + b = 0$ είναι αδύνατη, όταν $a \neq 0$ και $b = 0$.
- ii. Αν $a \leq 0$ και n άρτιος φυσικός, τότε $\sqrt[n]{a^n} = a$.
- iii. Αν $a > 0$ και $\Delta < 0$ η ανίσωση $ax^2 + bx + c < 0$ αληθεύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
- iv. Αν η απόσταση του x από το 0 είναι ίση με 3, τότε $x=3$ ή $x=-3$.
- v. Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f έχει το πολύ ένα κοινό σημείο με τον άξονα $y'y$.

(Μονάδες 10)

β) Για οποιουδήποτε πραγματικούς αριθμούς α, β , να αποδείξετε ότι

$$|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|.$$

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 1

α) Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως Σωστή (Σ) ή Λανθασμένη (Λ), γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.

i. Για οποιουδήποτε μη αρνητικούς αριθμούς α, β ισχύει: $\sqrt{\alpha+\beta} = \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$.

ii. Αν $\rho > 0$, τότε ισχύει η ισοδυναμία: $|x| < \rho \Leftrightarrow -\rho < x < \rho$.

iii. Η εξίσωση $x^v = \alpha$, με v περιττό φυσικό και $\alpha < 0$, έχει λύση την $x = \sqrt[v]{|\alpha|}$.

iv. Για οποιαδήποτε συνάρτηση f της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $M(3, 5)$ ισχύει $f(5) = 3$.

v. Τρεις μη μηδενικοί αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, αν και μόνο αν ισχύει $\beta^2 = \alpha\gamma$.

(Μονάδες 10 (5×2))

β) Να αποδείξετε ότι ο νιοστός όρος μιας αριθμητικής προόδου με πρώτο όρο α_1 και διαφορά ω είναι:

$$\alpha_n = \alpha_1 + (n-1)\omega$$

(Μονάδες 15)